UNIVERSITÉ DE LA RÉUNION

INSPE Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Académie de La Réunion

MÉMOIRE DE MASTER 2

Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation

Mention Second Degré – Parcours Mathématiques

Mathématiques et Illettrisme : comprendre et prévenir l'innumérisme

Présenté et soutenu par

David MOISE LEUNG, 34000679

Année universitaire 2019-2020

Sous la direction de :
Catherine LEMAIRE

Jury :
Catherine LEMAIRE, formateur INSPE
Luc TIENNOT, formateur INSPE

Engagement de non plagiat

Article 1 : définition

Les travaux quels qu'ils soient (devoirs, comptes rendus, mémoires, articles, thèses), réalisés par les étudiants rattachés à l'Université, doivent toujours avoir pour ambition de produire un savoir inédit et d'offrir une lecture nouvelle et personnelle d'un sujet. Le plagiat constitue une violation très grave de l'éthique universitaire. Le plagiat consiste à s'approprier le travail d'autrui, c'est-à-dire à utiliser et reproduire le résultat de ce travail (texte ou partie de texte, image, graphique, photo, données…) sans préciser qu'il provient de quelqu'un d'autre.
Très concrètement : on plagie quand on ne cite pas l'auteur des sources que l'on utilise et quand on ne met pas une citation entre guillemets. Le plagiat, est un vol intellectuel. Il s'agit donc d'un délit, passible de sanctions.

Article 2 : circonstances aggravantes

Le plagiat est en soi un délit. Mais le fait de commettre un plagiat en vue d'obtenir indûment une note, un diplôme ou un grade universitaire est une circonstance aggravante.
La reproduction d'une œuvre originale sans le consentement de l'auteur est de plus qualifiée juridiquement de contrefaçon (articles L. 335-2 et L. 335-3 du code de la propriété intellectuelle).

Article 3 : engagements

- Les étudiants s'engagent à citer, en respectant les règles de l'art, les travaux qu'ils utilisent ou reproduisent partiellement. La méthodologie d'un travail universitaire, quel qu'il soit, implique que les emprunts soient clairement identifiés (guillemets) et que le nom de l'auteur et la source de l'extrait soient mentionnés.
- Les enseignants s'engagent à sensibiliser leurs étudiants à la lutte contre le plagiat, à leur faire signer la présente charte, et à les inciter à participer aux formations sur le sujet qui seront organisées aux différents niveaux de leur cursus. Il s'agit non seulement de leur expliquer ce qu'est exactement le plagiat, mais de leur montrer que celui-ci et ses différentes formes détournées (traduction mot à mot non référencée, paraphrase sans aucun effort de reformulation, etc.) est contraire aux exigences du travail universitaire demandé et évalué.

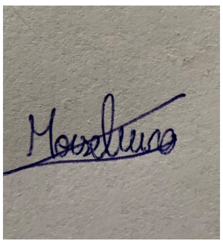
Article 4 : sanctions

Les manquements à la présente charte sont passibles de sanctions disciplinaires. La procédure disciplinaire ne préjuge pas d'éventuelles poursuites judiciaires dans les cas où le plagiat est aussi caractérisé comme étant une contrefaçon.

Signature de l'étudiant

(précédé de la mention « lu et approuvé »)

lu et approuvé



Remerciements

J'adresse tout d'abord mes remerciements à ma directrice de mémoire, Mme Catherine Lemaire, pour son encadrement tout au long de cette étude. Je souhaite aussi remercier mon maître de stage, Mme Frédérique Demoustier, dont le soutient, les observations et les conseils ont été d'une importance fondamentale dans l'élaboration de ce mémoire.

Table des matières

Préambule

Le collège a pour mission de donner à tous les élèves une formation générale qui leur permet d'acquérir les savoirs et savoir-faire fondamentaux. Cet objectif ne peut être atteint si tous n'ont pas une bonne maîtrise de la langue française, orale ou écrite. Le nouveau programme insiste donc sur cette nécessaire maîtrise.

Ainsi dans l'enseignement, toutes les disciplines utilisent la maîtrise de la langue et réciproquement la maîtrise de la langue est partie intégrante de l'apprentissage des disciplines. Les enfants qui sont en situation d'illettrisme rencontrent particulièrement de grosses difficultés dans l'apprentissage de ces disciplines.

L'objectif de ce mémoire est de savoir ce qu'il en est pour les mathématiques, quelle est la conséquence de l'illettrisme sur l'apprentissage de cette matière ? Quel travail sur la langue est nécessaire pour l'apprentissage des mathématiques ? Comment peut-on travailler la maîtrise de la langue à travers le travail en classe de mathématiques ?

Introduction

Une loi d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École et de la République est apparue dans le Journal officiel le 7 septembre 2013.

En effet d'après le Code de l'Éducation, Article 9, L.121-2 : « La lutte contre l'illettrisme et l'innumérisme constitue une priorité nationale. Cette priorité est prise en compte par le service public de l'Éducation, ainsi que par les personnes publiques et privées qui assurent une mission de formation ou d'action sociale. Tous les services publics contribuent de manière coordonnée à la lutte contre l'illettrisme et l'innumérisme dans leurs domaines d'action respectifs ».

L'Association pour la prévention de l'innumérisme (API) qui a été crée en 2009 a convaincu en 2010-2011 le ministère de l'Éducation nationale d'utiliser « innumérisme » à la place de la « dyscalculie », qui est une pathologie. Ainsi, Madame Françoise Laborde, sénatrice de la Haute-Garonne et vice-présidente de la Délégation aux droits des femmes, membre de la Commission de la Culture, de l'Éducation de la Communication, a permis l'introduction d'un amendement à la loi qui permet de nommer enfin officiellement ce mal, qui handicape très lourdement le pays, mais dont on peut « guérir ».

La commission Générale de terminologie et de Néologie, définit le concept d'innumérisme et de numérisme en avril 2014, au Journal Officiel, l'innumérisme étant « L'incapacité d'une personne à manier les nombres et le calcul dans les situations de la vie courante, même après avoir reçu un enseignement », le numérisme « Capacité à manier les nombres et le calcul dans les situations de la vie courante ». Si beaucoup d'élèves sont bloqués dans ce domaine, c'est parce que les difficultés en mathématiques sont souvent liées à des problèmes de lecture et d'écriture et c'est pour cela que l'Agence nationale de lutte contre l'illettrisme (Ancli) a intégré les problèmes en maths dans la définition qu'elle donne de l'illettrisme « Pour les personnes qui ont été scolarisées en France et qui n'ont pas acquis une maîtrise suffisante de la lecture, de l'écriture, du calcul des compétences de base pour être autonomes dans les situations simples de la vie courante, on parle d'illettrisme. »

I. CADRE THÉORIQUE

1) L’impact de l’illettrisme et de l’innumérisme dans la société

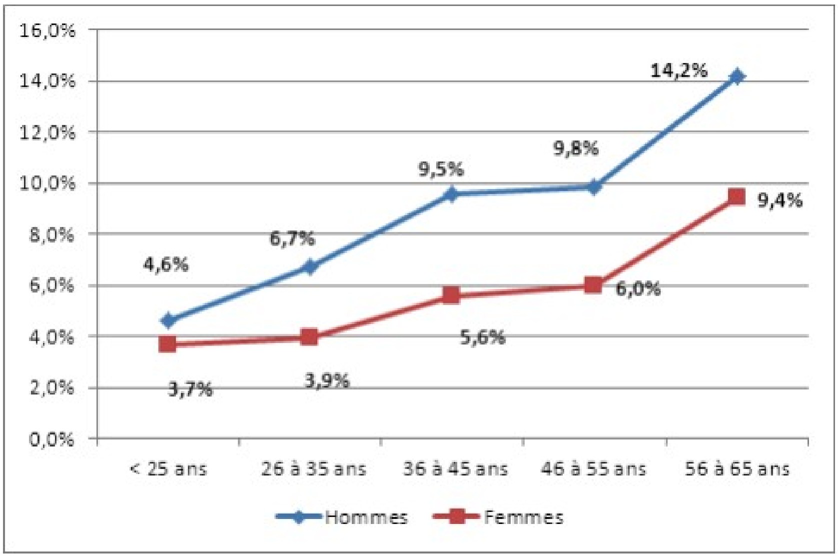
1.1) État des lieux

Depuis 2000 l’OCDE (L'Organisation de coopération et de développement économiques), organise tous les trois ans des enquêtes sur les niveaux culturels, en mathématiques, en compréhension de texte, en sciences et plus récemment, en résolution de problèmes dans un environnement TIC (Techniques de l’Information et de la Communication). Les enquêtés sont des élèves de 15 ans, ces enquêtes sont appelées enquêtes PISA (Programme international pour le suivi des acquis des élèves).

En littératie, donc en compréhension de texte et en français, le niveau moyen se maintient depuis 2000, il est très bas par rapport aux principaux partenaires et, suivant les catégories, les disparités s’accroissent dans la population scolaire. Depuis le 17 février 2011 l'enquête Information et Vie Quotidienne conduite par l'Agence Nationale de Lutte Contre l'Illettrisme a été mise en place en lien étroit avec l'INSEE, dont le but est de produire et de diffuser des données simples sur l'illettrisme et dans certaines situations, de mettre en place des outils de mesure adaptés aux besoins des différents partenaires. Cette enquête mesure trois compétences qui sont le traitement de l'écrit, le calcul et la compréhension orale, un module biographique est aussi ajouté afin de connaître l'origine des personnes, leur situation socio-économique, etc.

En 2011, l'enquête a révélé que l'illettrisme touche 7 % de la population des 18 à 65 ans scolarisés en France soit 2 500 000 personnes. Ce taux d'illettrisme cache cependant des disparités en terme d'âge, de genre, de lieu de vie, de situation au regard de l'emploi.

Pourcentage d'illettrisme par genre et âge (2011)

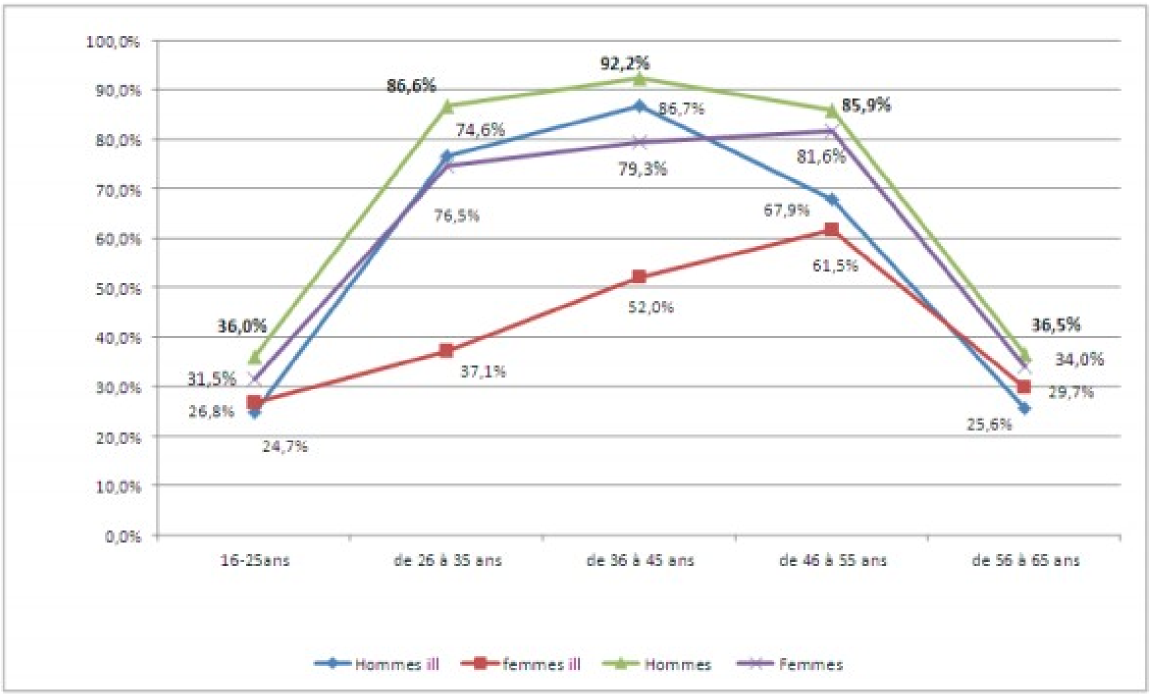


Source : IVQ – Traitement ANLCI

- Par âge : Les jeunes de 18 à 25 ans sont déjà 4 % à être concernés par l'illettrisme, ce taux augmente à 5,5 % pour les 26-35 ans, à 7,5 % pour les 36-45 ans et 12 % pour les 46-55 ans. Cette évolution du taux est liée d'une part à l'augmentation de la durée de scolarisation constante enregistrée depuis la deuxième guerre mondiale, et d'autre part avec la perte des savoirs de base pour les personnes sorties du système éducatif pendant la scolarité obligatoire.
- Par genre : Les hommes sont 9 % à être en situation d'illettrisme et 6 % pour les femmes. Pour les 18-25 ans, le taux d'hommes touché par l'illettrisme est de 4,6 % pour les hommes contre 3,7 % pour les femmes, mais ces différences se creusent avec l'âge et les hommes sont proportionnellement plus nombreux à être en situation d'illettrisme parmi les 26-35 ans avec 3 points d'écart et près de 4 points d'écart pour 46-55 ans. Selon l'enquête, la différence atteint près de 5 points pour la population la plus âgée.

1.2) Illettrisme et emploi

Pourcentage d'emploi, par genre, âge, et «illettrisme»



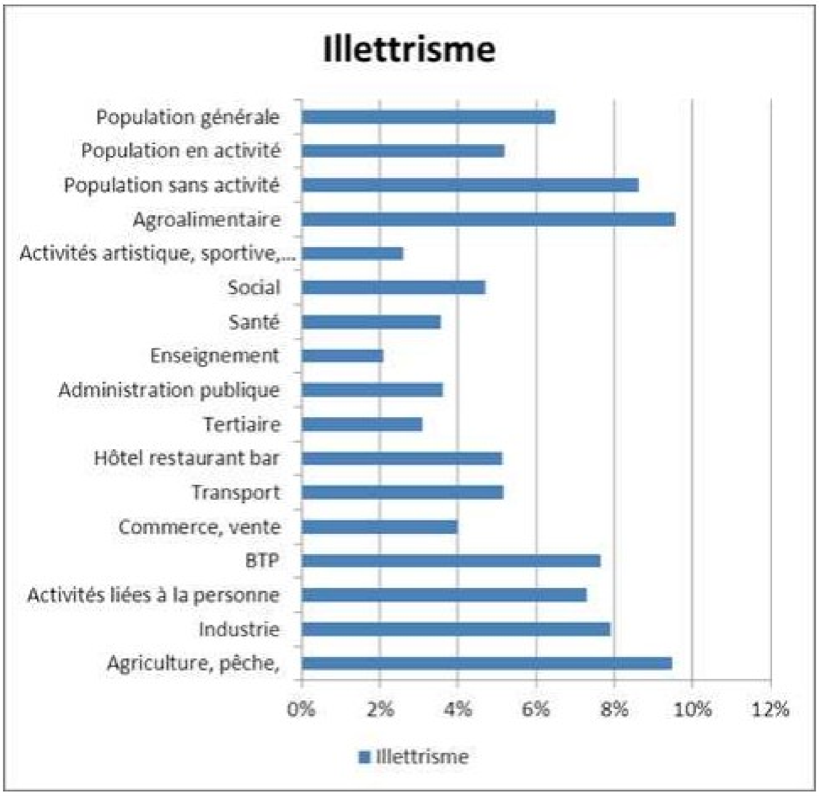
Source : IVQ 2011 – Traitement ANLCI

Lecture : entre 26 et 35 ans : 76,5% des femmes sont en emploi ; seulement 37,1% des femmes en situation d'illettrisme sont en emploi.

Ce graphique montre que l'illettrisme est plus pénalisant vis à vis de l'emploi pour les femmes que pour les hommes. En effet, 58 % des hommes en situation d'illettrisme sont en emploi tandis que 44 % des femmes le sont.

Par ailleurs, le taux d'emploi même pour les femmes n'étant pas en situation d'illettrisme est inférieur à celui des hommes qui le sont. Ainsi pour les hommes entre 26 et 35 ans, être illettré n'a que peu de conséquence avec 75 % qui ont un travail contre 40 % des femmes. Même si la situation s'améliore entre les 36 et 45 ans, il y a seulement 52 % des femmes illettrées en emploi quand elles sont près de 80 % à travailler en moyenne.

Résultats IVQ par secteurs d'activité (2011)



Source : IVQ – Traitement ANLCI

Ce graphique permet d'illustrer que les branches professionnelles sont diversement concernées par l'illettrisme avec 10 % des personnes en situation d'illettrisme qui sont dans les secteurs de l'agriculture, de la pêche et de l'agro-alimentaire. Dans le BTP et les services aux personnes, ce taux se situe entre 7 et 8 %. Le taux l'illettrisme est en-dessous de la moyenne de la population aux environs de 5 % pour les transports, l'hôtellerie-restauration et les services sociaux. Ce taux diminue également dans le tertiaire, les services publics et la santé avec 3 % et 2 % dans l'enseignement, les activités culturelles, sportives et associatives.

1.3) À la Réunion

Cependant le taux d'illettrisme à la Réunion est beaucoup plus important que celui en Métropole. En effet, d'après l'Insee (L'Institut national de la statistique et des études économiques) environ 116 000 Réunionnais soit 23 % de la population, seraient en situation d'illettrisme. En moyenne 14,8 % des jeunes reçus à la Journée nationale de citoyenneté à La Réunion étaient en situation d'illettrisme en 2015 alors que le chiffre était de 3,6% en France métropolitaine. L'étude a aussi montré que presque 45 % des illettrés à la Réunion n'ont fréquenté l'école que pendant une durée inférieure à 10 ans voire 5 ans, c'est à dire moins longtemps que le minimum légal obligatoire.

De ce fait, les conséquences de l'illettrisme pour les personnes concernées sont multiples et contraignantes car ne pas maîtriser suffisamment la lecture et l'écriture aura pour effet que pour beaucoup de situations qui sont banales, deviendront perturbantes. Par exemple, lire les destinations du bus ou comprendre un courrier administratif deviennent complexes.

1.4) Conséquences de l'illettrisme

Les conséquences de l'illettrisme se ressentent alors à plusieurs niveaux :

- Au niveau personnel : Les personnes qui ne maîtrisent pas les compétences de base se retrouvent embarrassées de ne pas pouvoir les appliquer dans la vie de tous les jours notamment concernant la lecture, l'écriture et le calcul. Ces personnes concernées peuvent avoir aussi peur d'apprendre et avoir une faible estime de soi.
- Au niveau économique :Pour les adultes en situation d'illettrisme, l'insertion professionnelle est souvent difficile. Lorsqu'elle est réussie, on peut observer des difficultés de communication au sein des entreprises. Dans une entreprise, on parle alors d'illettrisme pour des salariés ne maîtrisant pas le socle fonctionnel qui regroupe les compétences nécessaires dans la vie professionnelle pour lire un schéma simple, respecter un planning, calculer des quantités et des tarifs simples, appliquer une consigne de sécurité, etc.

Ainsi 1 demandeur d'emploi sur 3 éprouve des difficultés face à l'écrit, et 1 salarié sur 6 éprouve des difficultés à l'écrit.

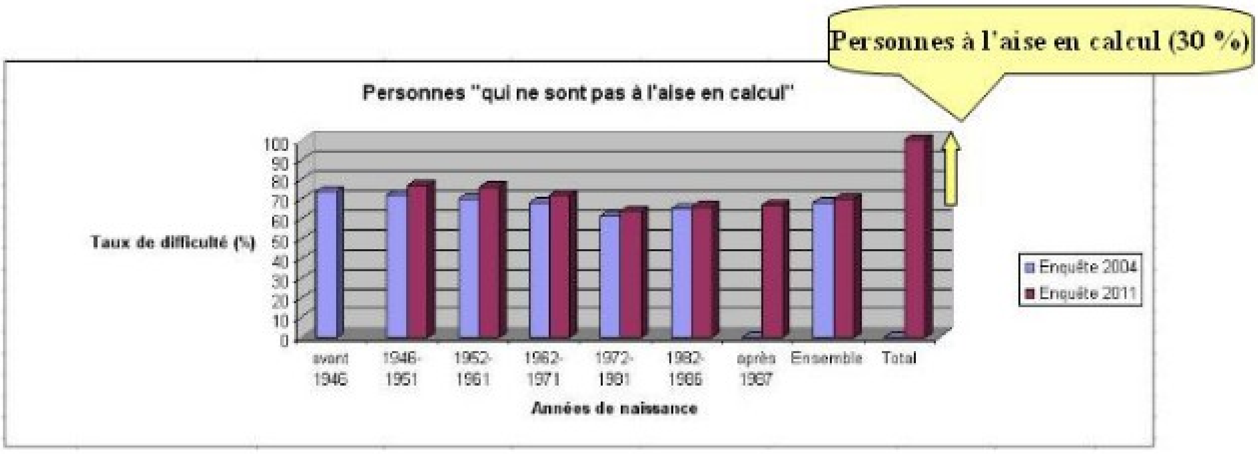
2) L’innumérisme

2.1) État des lieux

En numératie, donc en mathématiques, nous avons aussi une stagnation. En 2015, la France obtient en culture mathématique un score global de 493, la moyenne des pays de l’OCDE s’établissant à 490. On constate que le score global de la France est stable depuis 2012 et se situe dans la moyenne des pays de l’OCDE. Il était significativement supérieur à cette moyenne en 2003.

Cependant la France est, dans tous les domaines, dans le bas du tableau et la situation empire du fait qu'il y ait une inégalité de plus en plus importante entre les enfants issus de milieux aisés, et ceux issus de milieux défavorisés à la fois en littératie et en numératie.

Si on s'intéresse plus particulièrement au niveau du calcul des adultes, grâce aux données de l'INSEE, nous avons ce graphique :



Cette étude permet de nous montrer qu'en 2011, 70 % des adultes en moyenne, de 18 à 65 ans ont beaucoup de difficultés en maths et malheureusement, cette situation s'est dégradée en 2014 avec le taux de difficulté qui augmente. Ainsi, en moyenne, 30 % d'adultes sont à l'aise en calcul et sont capables de maîtriser la proportionnalité, dont les pourcentages et les fractions.

2.2) Innumérisme et emploi

Concernant les notions mathématiques liées au travail, en 2013, une étude américaine commanditée par l'OCDE et Northeastern University de Washington a été faite par Michael Handel qui est professeur de cette université sur cette utilité des mathématiques dans le monde du travail.

Taux d'utilisation des notions mathématiques requises au travail

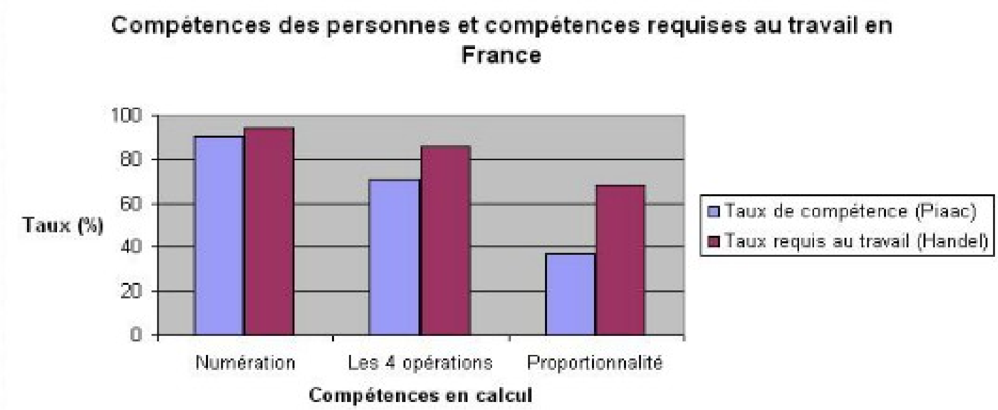
Notions mathématiques	Taux requis au travail (%)
Numération, ordre	94
Addition - Soustraction	86
Multiplication - Division	78
Proportionnalité (%, fractions, ...)	68
Autres notions plus complexes	< 22

Ces données ont été récoltées grâce à l'observation de près de 5 000 personnes à leur poste de travail et elle montre que les calculs de base jusqu'à la proportionnalité sont indispensables. Ainsi 68 % à 94 % des postes de travail requièrent des compétences de base.

De plus, grâce aux données PIAC sur le calcul du taux de compétence adultes en France, on peut avec les données de Handel comparer les compétences requises et les compétences offertes en France.

Calcul du taux de compétence adultes, en France, données Piaac

Niveaux Piaacet notions	**<1Numération**	**<1 et 1Les 4 opérations**	**<1, 1 et 2La proportionnalité**
Compétences API	A	B	C
Taux d'incompétence (Piaac)	9,10%	28,00%	61,80%
Taux de compétence	**90,10%**	**71,10%**	**37,30%**
Pas de réponse	0,80%	0,80%	0,80%
Total	100,00%	99,90%	99,90%

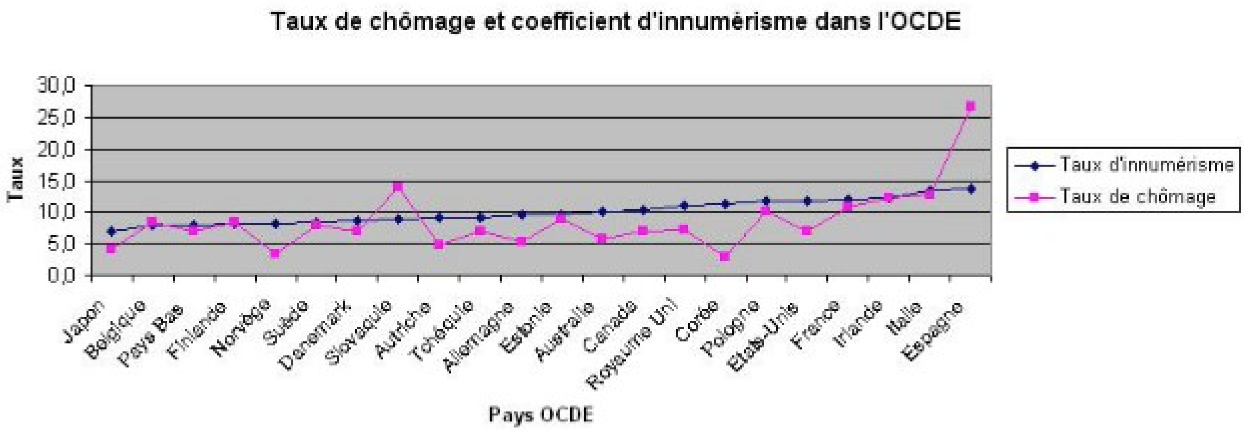


Nous observons ainsi, en France, que le niveau de compétences des français est insuffisant par rapport au niveau de compétences requis au travail.

2.3) Taux de chômage et innumérisme

Michel Vigier qui est président de l'API, s'est alors intéressé à savoir si le taux de chômage est lié au taux d'innumérisme.

Voici une étude dans les pays étudiés par l'OCDE sur la dépendance du chômage par rapport à un taux d'innumérisme modifié.



Ce graphique illustre que les deux courbes suivent des évolutions parallèles. La corrélation entre les deux semble forte. En effet, le coefficient de corrélation de Pearson calculé r, est de 0,57. C'est une bonne corrélation et si on ne tient pas compte de la Corée, de la Slovaquie, de l'Espagne qui ont des écarts plus ou moins atypiques, le coefficient bondit à 0,70 et la corrélation est alors forte.

Au final, d'après Michel Vigier, le taux d'innumérisme, ou plus largement le niveau culturel, est bien un témoin de la bonne santé ou non d'une économie développée.

3) L’importance du français dans les mathématiques

3.1) État des lieux

Depuis plusieurs années les enseignants de mathématiques comme ceux de français se trouvent confrontés à des problèmes d'apprentissage qui rendent nécessaire un travail interdisciplinaire entre ces deux matières. En particulier, ce problème est très présent à l'île de la Réunion.

Ainsi les élèves qui maîtrisent imparfaitement le français, rencontrent des obstacles qui se traduisent, tant au niveau de la compréhension que de la production, par des difficultés à lire et à écrire et, en particulier, par l'incapacité à traiter les informations, à résumer, argumenter, démontrer.

Ce phénomène est d'autant plus observé à partir de la quatrième, en particulier avec l'abstraction grandissante des notions enseignées, des écrits rencontrés et à produire, ainsi qu'aux premiers pas dans la démonstration.

L'origine de ces problèmes étant d'ordre langagier, la plupart des enseignants préfèrent s'en remettre à l'enseignant de français pour y remédier. Le français devient alors une discipline de « service », et le travail sur la langue ne semble avoir d'autre fin que d'aider les élèves à surmonter des échecs.

Il s'agit là d'une conception réductrice qui méconnaît à la fois le rôle des apprentissages langagiers dans les apprentissages disciplinaires, et la nécessité de s'appuyer sur tous les types et genres de textes si l'on veut conduire les élèves à la maîtrise de la langue. Travailler la langue des mathématiques en français est donc une partie de l'apprentissage du français.

Par ailleurs, les avancées en mathématiques imposent un travail sur la langue, et ce travail sur la langue des textes mathématiques, qui ont des contraintes de forme spécifiques, fait progresser les compétences langagières en général.

3.2) La spécificité des objets mathématiques

Parmi les disciplines, les mathématiques ont des liens très étroits avec le français, qui découlent de leur rapport au langage. Les notions mathématiques, les propriétés, les relations, les théorèmes, les définitions ne sont accessibles que par divers modes d'expressions qui sont la langue naturelle et les écritures symboliques qui ont leurs propres règles de fonctionnement différentes de celle du français.

Un objet mathématique est rarement indépendant d'un autre objet, il ne peut être déterminé qu'en fonction d'autres objets, il en résulte une grande complexité syntaxique des groupes nominaux, dans lesquels les prépositions jouent un rôle fondamental et spécifique, par exemple, un cercle est déterminé **par** son centre et son rayon, ou bien, la parallèle à une droite **par** le point dont elle est issue est la droite en question.

Par ailleurs, le langage n'intervient pas seulement en mathématiques comme moyen d'extériorisation de la pensée, il contribue lui-même au développement de la pensée. En effet, après avoir formulé la solution d'un problème, un mathématicien peut se rendre compte de l'utilisation de résultats implicitement admis au cours de la résolution et le conduire à revenir sur sa solution.

Dans le cas d'un élève de sixième sur la notion de symétrie axiale, il peut être capable de construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite, sans pouvoir exprimer de façon précise le processus qu'il a suivi. Il faut ainsi mettre des mots sur les actions qu'il fait, et le fait de se plier aux exigences de l'écriture et de conventions le conduira à analyser sa propre activité, et à prendre de la distance par rapport à son action.

Le circulaire n° 2014-081 du 18-6-2014 précise par ailleurs :

« Les enseignants ménagent autant que possible des situations de transversalité qui permettent notamment des retours réguliers sur les apprentissages du français et des mathématiques : tous les domaines d'apprentissage donnent lieu à des exercices écrits et oraux réguliers. Cette transversalité donne plus de sens aux apprentissages en créant du lien entre les différents domaines. Accorder de l'importance au sens des apprentissages, c'est revenir sur l'opposition classique entre sens et automatisation : il ne s'agit pas de les opposer, mais de les construire simultanément. La construction du sens est indispensable à l'élaboration de savoirs solides que l'élève, acteur de ses apprentissages, pourra réinvestir. L'automatisation de certaines procédures est le moyen de libérer des ressources cognitives pour que l'élève puisse accéder à des opérations plus élaborées et à la compréhension. »

3.3) Le langage en mathématiques : un objet d'étude

Comme nous l'avons vu, faire des mathématiques suppose de manipuler des objets spécifiques de la discipline, des propriétés de ces objets, des relations entre objets, et des preuves de ces propriétés et relations. Ces objets sont fondamentalement abstraits, par exemple, on ne peut pas montrer une droite, ils sont donc manipulés via leurs représentations et surtout au travers du langage. Par ailleurs, la manipulation de variables fait partie de l'activité mathématique, et cette manipulation (introduction de variables, formulation des quantifications universelles ou existentielles) n'est pas naturelle dans la langue usuelle.

En mathématiques, des registres variés sont utilisés dans le but de désigner des objets ou leurs propriétés, en effet, les registres symboliques (les chiffres, les lettres, les signes opératoires) et les registres graphiques (celui du dessin en géométrie, les graphiques cartésiens, les tableaux) sont articulés avec la langue naturelle (du point de vue lexical, mais aussi grammatical et syntaxique). Tout cela caractérise les pratiques langagières des mathématiciens.

Par exemple, pour parler de droites parallèles entre elles (désignées par les lettres « d » et « d' »), on peut décrire la situation en disant « d et d' sont parallèles entre elles » ou « d est parallèle à d' » ou « $d \| d'$ », dans le cas de deux droites perpendiculaires on peut aussi faire une figure codée.

Nous pouvons alors aborder la question du langage en mathématiques comme un objet d'étude et se concentrer sur les points suivants :

- La langue naturelle et le formalisme
- La littératie restreinte et la littératie étendue
- Les spécificités liées à la grammaire et au lexique
- La formulation des preuves
- La quantification et les implications

4) La question du langage en mathématiques

4.1) Langue naturelle et formalisme

Du fait que les objets mathématiques sont abstraits, leurs définitions, leurs propriétés, les preuves de ces propriétés ont une forte dimension formelle. C'est pour cela qu'un mélange d'expressions formalisées (éventuellement sous forme symbolique à l'écrit, mais également au travers d'un usage normé de la langue) et d'expressions relevant de la langue courante est utilisé dans les pratiques langagières des mathématiciens. Il est donc extrêmement difficile pour les élèves de reconnaître et reconstituer les éléments de ce mélange. Il y a donc un jeu cognitif pour l'élève entre pensée, échange, intuition, conjecture, exploration, élaboration de preuves d'une part, et rigueur, formalisme et preuve d'autre part.

Par exemple, au collège, il y a plusieurs manières de dire qu'un nombre n entier est pair, on peut le dire ainsi sous ces formes : « n est pair », « n est divisible par 2 », « n est un multiple de 2 », ou « n est dans la table de multiplication de 2 », ou « 2 divise n », ou même « 2 est un diviseur de n ».

Aussi, l'une des caractéristiques des usages de la langue mathématique est liée à la concision recherchée. Par exemple, la propriété « Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu » doit être reformulée pour expliciter les relations qu'elle décrit. Ici, il faut préciser que les diagonales d'un parallélogramme ont un point d'intersection, qu'elles ont chacune un milieu et que le milieu de chaque diagonales et le point d'intersection des diagonales sont confondus.

4.2) Littératie restreinte et littératie étendue

Elizabeth Bautier (sociolinguiste et chercheuse en sciences de l'éducation) et Patrick Rayou (sociologue et professeur en sciences de l'éducation) se sont intéressés à la manière dont l'enseignement des mathématiques permet aux élèves d'avoir une « littératie étendue ». En effet, dans « littératie », il y a d'une part la « littératie restreinte » et d'autre part la « littératie étendue ». La littératie restreinte étant « une fréquentation des écrits que l'on n'investit pas dans les transformations intellectuelles et cognitives que l'écrit peut permettre ».

Quant à la « littératie étendue », elle utilise des modes de pensées, des techniques intellectuelles afin de raisonner sur un texte en question. Elisabeth Bautier fait aussi l'hypothèse que l'inégal accès à la littératie étendue est une des causes majeures des difficultés scolaires socialement construites ; que d'autre part l'école, les enseignants supposent universellement et naturellement partagées les dispositions relatives à la littératie étendue alors que bon nombre d'élèves n'en disposent pas, pour la bonne raison qu'ils n'y ont pas eu accès dans le cadre familial. Ainsi, en mathématiques, les implicites qui sont nombreux dans les pratiques langagières peuvent amener à des malentendus avec les élèves.

L'oral en mathématiques peut être aussi une cause de ces malentendus. En effet, l'écrit étant un mode d'expression plus normé que l'oral, certaines formulations énoncées à l'oral peuvent être moins complètes. Par exemple, en géométrie « [AB] », certains élèves liront tout simplement « AB » et cela peut amener à des malentendus car « AB » représente la distance entre le point A et le point B. Il faut donc insister sur le fait de dire « segment AB » afin d'éviter tout malentendu.

4.3) Spécificités liées à la grammaire et au lexique

La définition mathématique (caractérisation mathématique qui « crée » un objet) est assez souvent éloignée de celle d'un dictionnaire (description des objets ou concepts désignés, contours des différents sens du mot, liste d'usages).

La discipline a un lexique spécifique : certains mots ou expressions ne se rencontrent dans la langue française que dans leur sens mathématique, comme « bissectrice », « cosinus ».

Certains mots dans la langue française, comme « hauteur », « base », « milieu », « centre » sont employés dans un usage spécifique, leur sens et le sens qu'ils ont en mathématiques sont assez similaires dû aux allers-retours entre les différents contextes d'usages. Cependant, dans d'autres matières, ces mots ont un sens différent. Par exemple :

- « Milieu » en sciences physiques et chimiques : substance dans laquelle se produit une réaction, un phénomène, et qui est caractérisé par certaines propriétés. Milieu acide.
- « Milieu » en géographie : ensemble des caractéristiques naturelles et humaines influent sur la vie des hommes. Milieu urbain.
- « Milieu » en EPS : joueur chargé, au football par exemple, d'assurer la liaison entre les défenseurs et les attaquants.
- « Milieu » en SVT : ensemble des facteurs physico-chimiques et biologiques qui agissent sur une cellule, un être vivant, une espèce. Le désert, la forêt, la montagne sont des milieux dans lesquels vivent certaines espèces.
- « Milieu » en mathématiques : « milieu d'un segment » point du segment situé à égale distance des deux extrémités.

Certains adverbes, déterminants, conjonctions, prépositions, propositions ou formes verbales comme « et », « ou », « un », « le », « soit », « avec », « quel que soit », « si … alors … », « il existe » sont utilisés dans des cas précis.

Comme les usages de la vie courante, certains mots comme « point », « droite », « nombre », « nombre relatif », « angle » sont manipulés en mathématiques avant de correspondre à une définition mathématique.

En mathématiques, il est parfois possible d'utiliser des mots ayant des sens différents, « base » peut par exemple signifier un segment, sa mesure, un polygone ou son aire.

4.4) Formulation de preuves

Comme pour les termes mathématiques, les preuves ont aussi leurs caractéristiques. En effet, une preuve est un objet mathématique formel et abstrait que l’on décrit, et dont on poursuit l’élaboration, en la formulant. Chaque étape de déduction correspond à des formulations courantes.

Par exemple, le mot « donc » signale la présence d'une étape de déduction, ainsi en affirmant « n est pair, donc n^2 est pair », on affirme que «n est pair» est vraie, «n^2 est pair» est vraie ,et la déduction de la deuxième proposition grâce à la première. Lorsque l’on dit « n est pair, donc n^2 est pair » on ne formule pas une proposition mathématique. On ne dit notamment pas la même chose que si l’on dit « [pour tout entier n] si n est pair, alors n^2 est pair ».

Cet exemple permet donc d'illustrer que l’apprentissage de la démonstration passe par un travail sur le raisonnement, les arguments utilisés, mais aussi sur la formulation et la rédaction. Ainsi travailler explicitement la formulation permet de préciser la construction du raisonnement, et d’expliciter certains pas de déduction.

4.5) Quantifications et implications

Ce changement de langage est encore plus important dans les études supérieures.

En effet, à l'université, souvent, on utilise la langue naturelle pour les théorèmes et les définitions, mais cela cache la structure logique des énoncés. Aussi, les démonstrations mathématiques sont construites dans le langage mixte ou formel. Il est ainsi important d'identifier la structure logique des énoncés à prouver en les réécrivant dans le langage formel car cette écriture apporte des informations dans des activités de preuve.

Dans le langage du calcul des prédicats, il existe deux quantificateurs qui sont le quantificateur universel noté « $\forall$ » qui veut dire « pour tout » et le quantificateur existentiel noté « $\exists$ » qui veut dire « il existe au moins un ».

Ce quantificateur universel transforme une phrase ouverte en une proposition vraie lorsque tous les objets de l’univers du discours satisfont la phrase ouverte, sinon, la proposition est fausse. Un énoncé universellement quantifié est faux dès qu’il existe une instance de la phrase ouverte qui est fausse. La prise en compte du domaine de quantification est donc essentielle pour déterminer la valeur de vérité d’un énoncé quantifié.

Le quantificateur existentiel, quant à lui, transforme une phrase ouverte en une proposition vraie si au moins un élément de l’univers du discours satisfait la phrase ouverte. Dans le cas où aucun objet de l’univers du discours ne satisfait la phrase ouverte, la proposition est fausse.

L'implication, dans le calcul des propositions, est un connecteur binaire qui relie deux variables p (antécédent) et q (conséquent) pour donner la formule notée « $p \Rightarrow q$ » qui modélise un énoncé conditionnel. Dans le cas où son antécédent est vrai et son conséquent est faux, l'énoncé n'est pas vrai.

Du fait de ce changement de langage naturel donné dans les définitions et théorèmes vers un langage formel pour les démonstrations, cela peut résulter d'interférence entre ces deux langages. Ce fait a été illustré dans un article publié en 1996 par Annie Selden et John Selden intitulé *Unpacking the logic of mathematical statements (p.125)* dans lequel ils soutiennent que les étudiants qui n'arrivent pas à déterminer correctement la structure logique des théorèmes, ne peuvent pas non plus déterminer la validité de leurs preuves.

II) PROPOSITIONS POUR LA LUTTE CONTRE L'INNUMÉRISME EN CLASSE

Mon stage s'est déroulé dans le collège Bourbon qui est classé REP+. Deux classes de 6^e et une classe de 3^e m'ont été attribuées. Dans la suite de ce mémoire, je vous présenterai quelques dispositifs dans la lutte contre l'innumérisme.

1) En 6^e

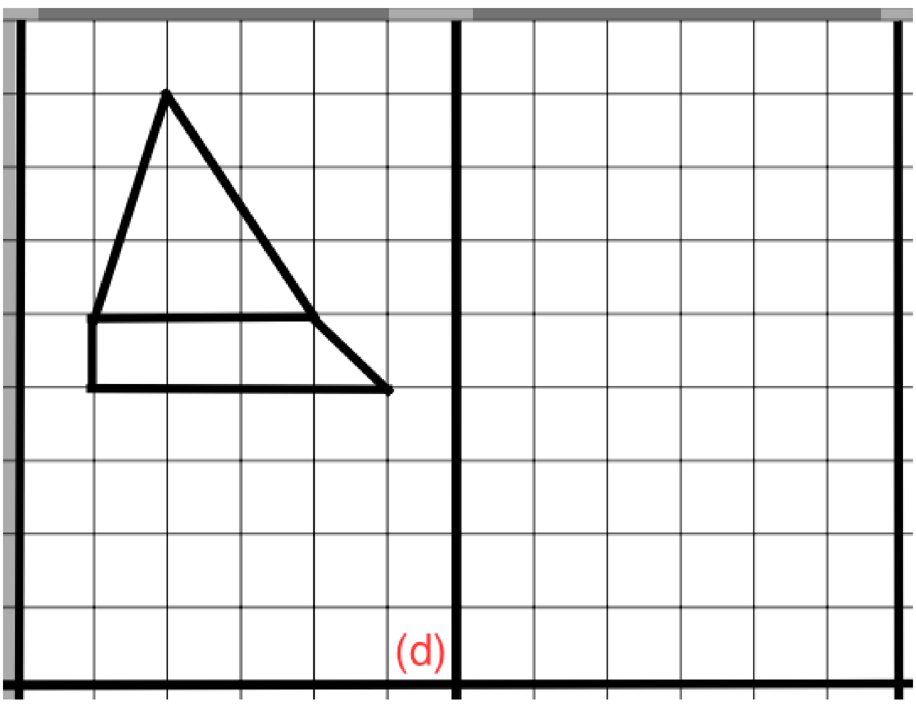
1.1) Présentation de la classe

La classe de 6^e avec laquelle j'ai décidé de faire cette expérimentation est une classe composée de 21 élèves avec 18 qui sont des petits lecteurs. La séquence porte sur la notion de symétrie axiale avec toutes les séances en demi-groupe.

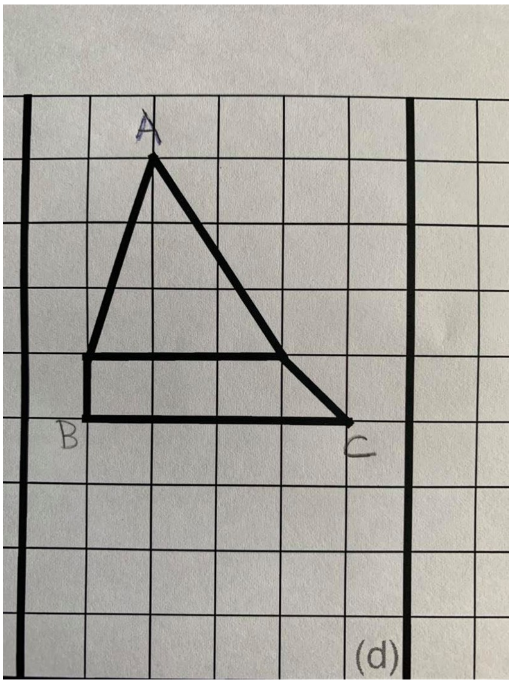
1.2) Une séquence sur la symétrie axiale : présentation et analyse

Avec les 6^e le but n'est pas immédiatement de définir ce qu'est la symétrie axiale, mais d'abord de les faire manipuler afin qu'ils comprennent la notion, car penser à l'introduction d'un nouveau mot ne suffit pas à la maîtrise du concept.

Ci-dessous se trouve une figure géométrique avec une droite (d) verticale. Dans un premier temps les élèves devaient nommer tous les points de la figure et dans un second temps il fallait plier la feuille suivant la droite (d) puis à l'aide du compas « percer » les points à travers la feuille.



En passant dans les rangs, j'ai pu m’apercevoir que certains élèves ne nommaient pas tous les points de la figure géométrique.



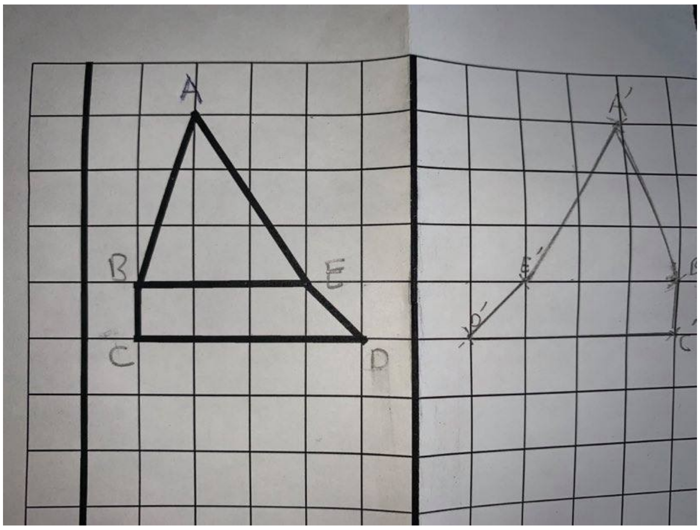
Pour cet élève, cette figure géométrique qui ressemble à un bateau ressemblait à une autre figure géométrique qu'il avait vue en cycle 2 qui est le triangle. De ce fait il s'est contenté de nommer seulement trois points car il sait qu'un triangle a exactement 3 points.

Ici cela illustre que l'élève ne connaissait pas la définition d'un point mais qu'il utilise un automatisme afin d'y remédier. M'étant rendu compte de cela, il m'a paru important d'arrêter la séance pour avoir l'attention des élèves et faire un rappel.

Ce rappel pouvait se faire selon plusieurs modèles d'enseignement tel que le modèle transmissif où on émet l'hypothèse que l'élève n'a pas de connaissance et donc le professeur pratique le cours magistral ou bien le modèle socio constructivisme dans lequel l'élève va apprendre d'un autre élève. Le modèle que j'ai choisi alors d'adopter est celui du socio constructiviste, car, grâce à la parole de l'élève, en les faisant échanger entre eux, cela permet de les faire penser, faire évoluer leurs conceptions. De ce fait j'avais demandé aux élèves ce qu'était un point, certains m'ont répondu « un point c'est une croix ». Du point de vue de la rigueur en mathématiques cela est incorrect, mais en cycle 2, ils ont associé un point à une croix. Afin d'arriver à la bonne définition d'un point, il faut partir de ce que sait l'élève, j'ai alors demandé « comment est faite cette croix ? », c'est alors qu'un autre élève a répondu « une croix c'est le croisement de deux droites » et le synonyme d'un croisement étant l'intersection, la définition d'un point qui est « Un point est l'intersection de deux droites » a pu être (ré)établie.

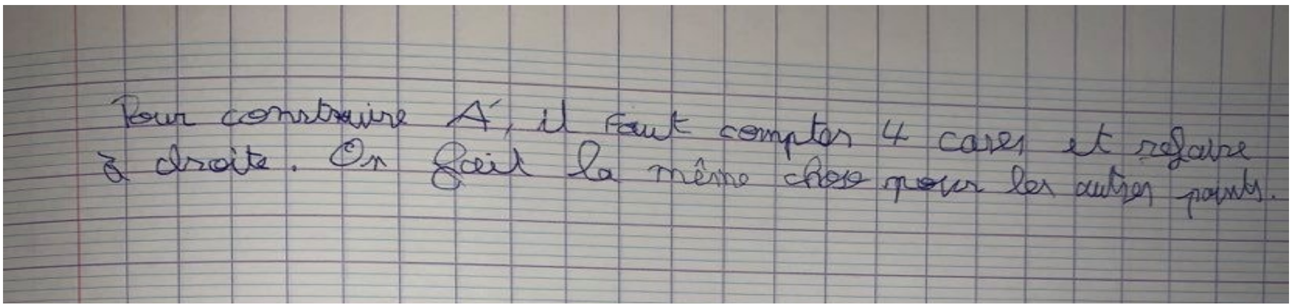
Cela illustre bien qu'en mathématiques l'élaboration d'un concept et les pratiques langagières qui y sont associées sont deux processus indissociables qui s'alimentent mutuellement dans le cadre d'un apprentissage.

Enfin dans la suite de la séance après avoir plié la feuille suivant la droite (d) et percé les points à travers la feuille à l'aide du compas, il fallait renommer là où il y avait des « trous » les points qui y sont associés avec un « ' » et de relier ces points.

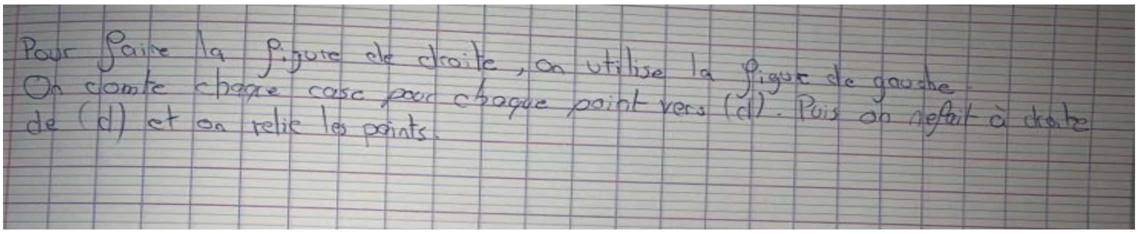


Immédiatement après avoir relié les points, certains élèves ont mentionné le mot « reflet » et « miroir » qui est le phénomène de la symétrie axiale dans la vie réelle. D'autres ont mentionné que les figures étaient superposables par rapport à la droite (d).

Après avoir fait cette manipulation, les élèves ont eu pour consigne d'expliquer comment on pourrait construire la figure de droite qui est le « reflet » de la figure de gauche sans utiliser le pliage mais en utilisant les carreaux. Cette explication devait être écrite sur le cahier afin d'en avoir une trace. Ci-dessous sont quelques productions d'élèves :



Ici l'élève a écrit « Pour construire A', il faut compter 4 cases et refaite à droite. On fait la même chose pour les autres points ». Cette production illustre l'importance du français en mathématiques, notamment sur le rôle des prépositions en particulier « vers » car l'élève suppose qu'il faut compter 4 cases mais on ne sait pas **vers où**. Puis il décide de réitérer la procédure pour les autres points ce qui signifie qu'il faut recompter 4 cases pour tous les autres points ce qui serait incorrect.

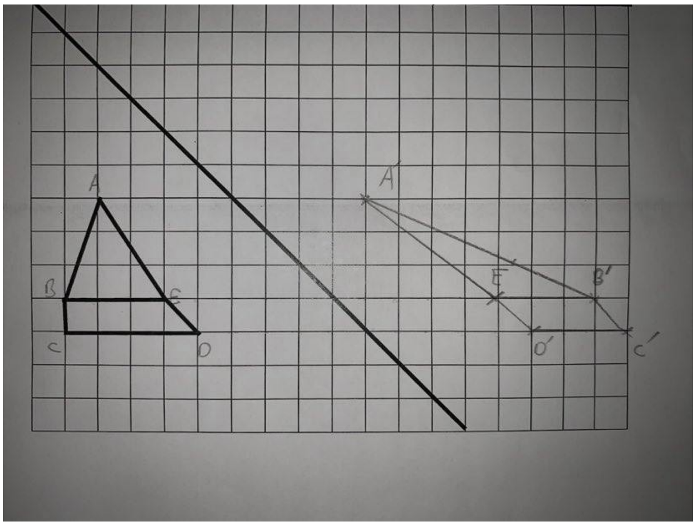


Pour faire la figure de droite, on utilise la figur de gauche
On comte chaque case pour chaque point vers (d). Puis on refait à droite
de (d) et on relie les points.

Ci-dessus est écrit « Pour faire la figure de droite, on utilise la figure de gauche. On comte chaque case pour chaque point vers (d). Puis on refait à droite de (d) et on relie les points. ». Cette production a été dite à l'oral par l'élève qui l'a écrite. Dans l'ensemble, son explication à l'écrit semblait satisfaisante car on sait vers où on compte les carreaux, le comptage de carreaux est différent pour chaque point, et on sait à la droite de quoi on réitère la procédure. Il est aussi essentiel de ne pas imposer ses mots mais d'entendre comme telles, de laisser vivre, voire de solliciter et de travailler, des formulations intermédiaires. On peut cependant souligner quelques fautes de français tel que « comte » à la place de « compte ». Mais à l'oral quand l'élève a récité son explication comme tel qu'il a écrit, il y a eu un malentendu concernant vers où on comptait les carreaux. En effet, à l'oral l'élève s'est contenté de dire la droite (d) par la lettre « D », cela a eu pour conséquence un malentendu avec les élèves parce qu'ils ont compris qu'il faut compter les carreaux vers le point point D. Donc à travers de cette production, on montre qu'il est important à l'écrit de bien formuler ses phrases pour éviter tout malentendu à l'oral, en l'occurence, ici il serait préférable au lieu d'écrire « (d) », on écrive « la droite (d) ».

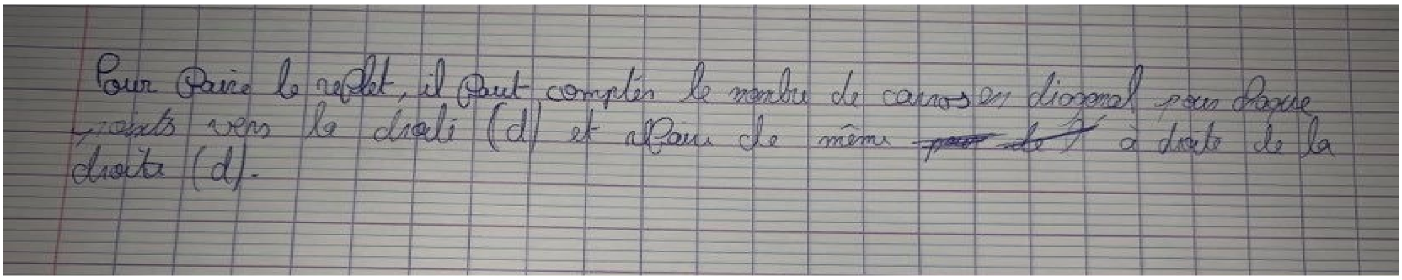
Après tout cela, j'ai distribué aux élèves une feuille avec la même figure géométrique mais dans laquelle la droite (d) est oblique et avait cette fois-ci pour consigne de construire le « reflet » de la figure par rapport à la droite (d) sans utiliser le pliage tout en sachant que les figures devaient être superposables par rapport à la droite (d).

Voici ci-dessous ce que beaucoup d'élèves ont construit :



Nous remarquons ici que les élèves ont appliqué l'explication de l'élève précédent mais en comptant les carreaux en horizontal ce qui pour conséquence que les figures ne sont pas superposables par rapport à la droite (d).

Après que pratiquement tous les élèves ont fait cette erreur, la consigne de proposer une procédure pour construire le « reflet » de la figure par rapport à la droite (d) a été maintenant posée.



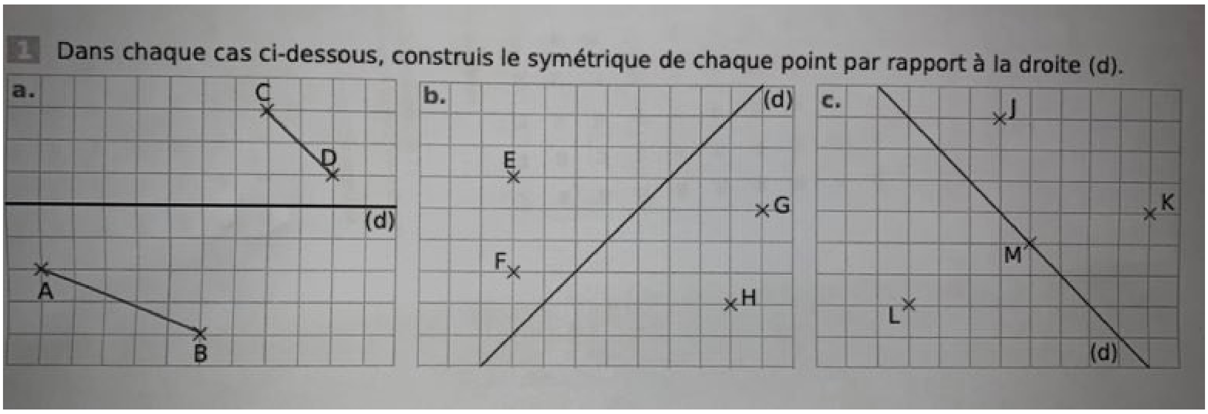
Ici cet élève a écrit « Pour faire le reflet, il faut compter le nombre de carros en diagonal pour chaque points vers la droite (d) et refaire de même à droite de la droite (d). »

Dans cette trace écrite, l'élève a bien mentionné qu'il faut compter les carreaux en diagonale. Même si la façon dont il le dit est maladroite, il est nécessaire de le laisser formuler à sa manière pour pouvoir améliorer sa rédaction plus tard.

Ce n'est qu'après cette étape de manipulation et de recherche individuelle que le lexique spécifique à la notion est introduite aux élèves, mais là aussi, donner seulement la définition d'un mot ne suffit pas mais il faut aussi donner le sens de ces mots et leurs usages. Dans l'annexe 1, on introduit aux élèves les mots « deux figures symétriques par rapport à une droite (d) » et « axe de symétrie » et « le symétrique d'un point », mais il est important de les faire reformuler par les élèves pour donner du sens à ces mots. Ici « axe de symétrie » renvoie à « droite », « le symétrique d'un point » a été reformulé en disant « le reflet d'un point ». Après avoir vu et reformulé les définitions, j'ai donc donné les méthodes de construction afin que les élèves aient une base commune.

Un exercice de construction du symétrique d'un point leur a ensuite était donné dans le but de travailler et de vérifier l'acquisition de la notion de la symétrie axiale.

J'ai décidé pour ce travail de ne pas dans un premier temps lire la consigne de l'exercice et voici ci-dessous le travail réalisé par un élève :



Le travail de cet élève souligne le fait que l'élève utilise un automatisme vu en cycle 2 qui est de relier les points. Ainsi même les consignes d'exercice méritent une attention particulière et souvent un travail spécifique, ici une reformulation a été faite par les élèves et ont utilisé le mot « reflet » à la place du mot « symétrique ».

Au final, toutes ces productions illustrent bien que l'élaboration d'un concept et les pratiques langagières qui y sont associées sont deux processus indissociables qui s'alimentent mutuellement dans le cadre d'un apprentissage. Tout ce travail mobilise alors le premier domaine de formation du socle commun de connaissances, de compétences et de culture « Les langages pour penser et communiquer » et notamment dans l'objectif « Comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'oral et à l'écrit ».

2) En 3^{e}

2.1) Présentation de la classe

Cette classe de 3^{e} est composée de 24 élèves dont le niveau est moyen avec très peu de participation en classe. La séquence porte sur les nombres entiers avec toute les séances en classe entière.

2.2) Une séquence sur les nombres entiers : présentation et analyse

En mathématiques, le bulletin officiel pour le cycle 4 en mathématiques indique les connaissances que les élèves doivent acquérir à la fin de l'année scolaire.

Pour la notion de nombre entier les connaissances sont :

- multiples et diviseurs
- critère de divisibilité par 2, 3, 5, 9
- division euclidienne (quotient, reste)
- définition d'un nombre premier, liste de nombres premiers inférieurs ou égaux à 30
- fractions irréductibles

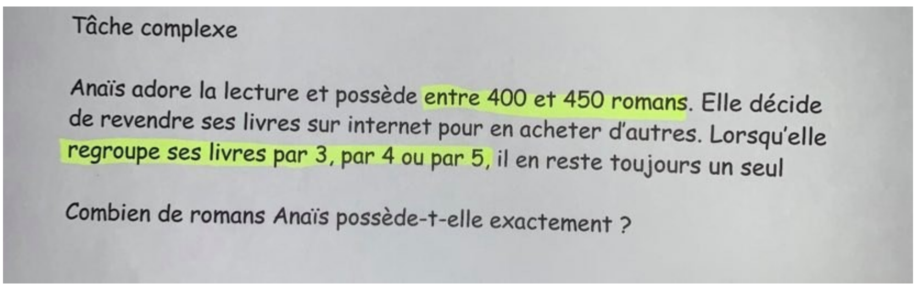
Dans le but de faire travailler les élèves sur les multiples et les diviseurs, une tâche complexe leur a été distribuée.

« Anaïs adore la lecture et possède entre 400 et 450 romans. Elle décide de revendre ses livres sur internet pour en acheter d'autres. Lorsqu'elle regroupe ses livres par 3, par 4 ou par 5, il en reste toujours un seul. Combien de romans Anaïs possède-t-elle exactement ? »

Cette tâche complexe a été faite en groupe de 4 personnes.

Avant de commencer la tâche complexe, un premier travail spécifique sur la consigne a été donné qui est de surligner toutes les informations importantes pour résoudre le problème.

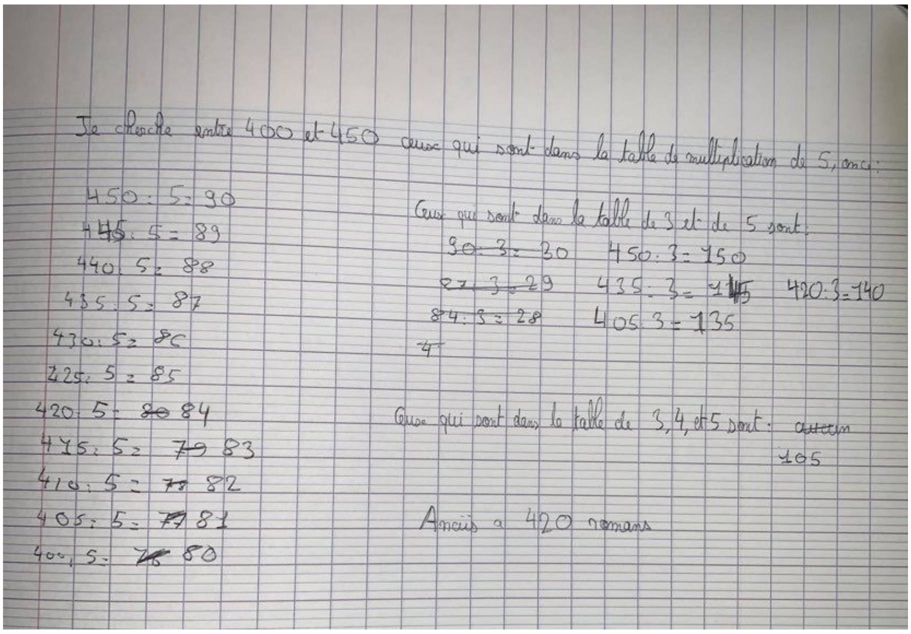
Voici ci-dessous le travail réalisé par un groupe d'élèves :


Tâche complexe

Anaïs adore la lecture et possède entre 400 et 450 romans. Elle décide de revendre ses livres sur internet pour en acheter d'autres. Lorsqu'elle regroupe ses livres par 3, par 4 ou par 5, il en reste toujours un seul

Combien de romans Anaïs possède-t-elle exactement ?

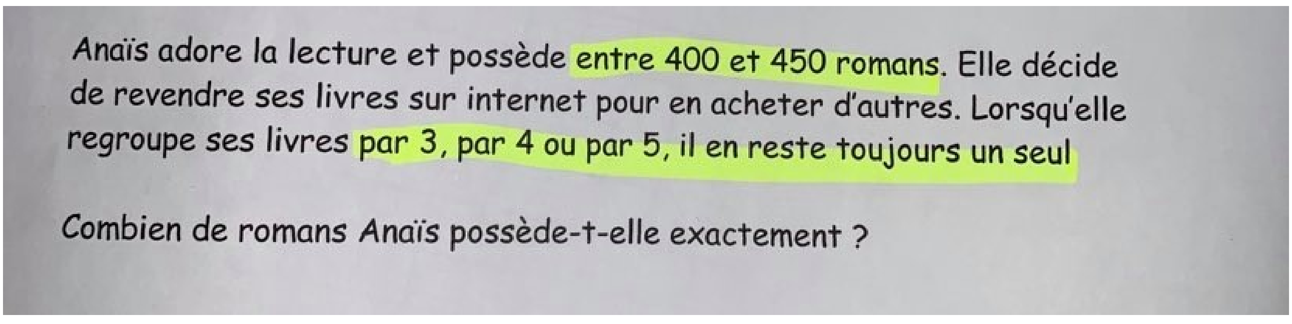
Ce groupe d'élèves a surligné « entre 400 et 450 romans » et « regroupe ses livres par 3, par 4 ou par 5 » mais a oublié une information importante qui est « il en reste toujours un seul ». Cela est illustré dans leur trace écrite :



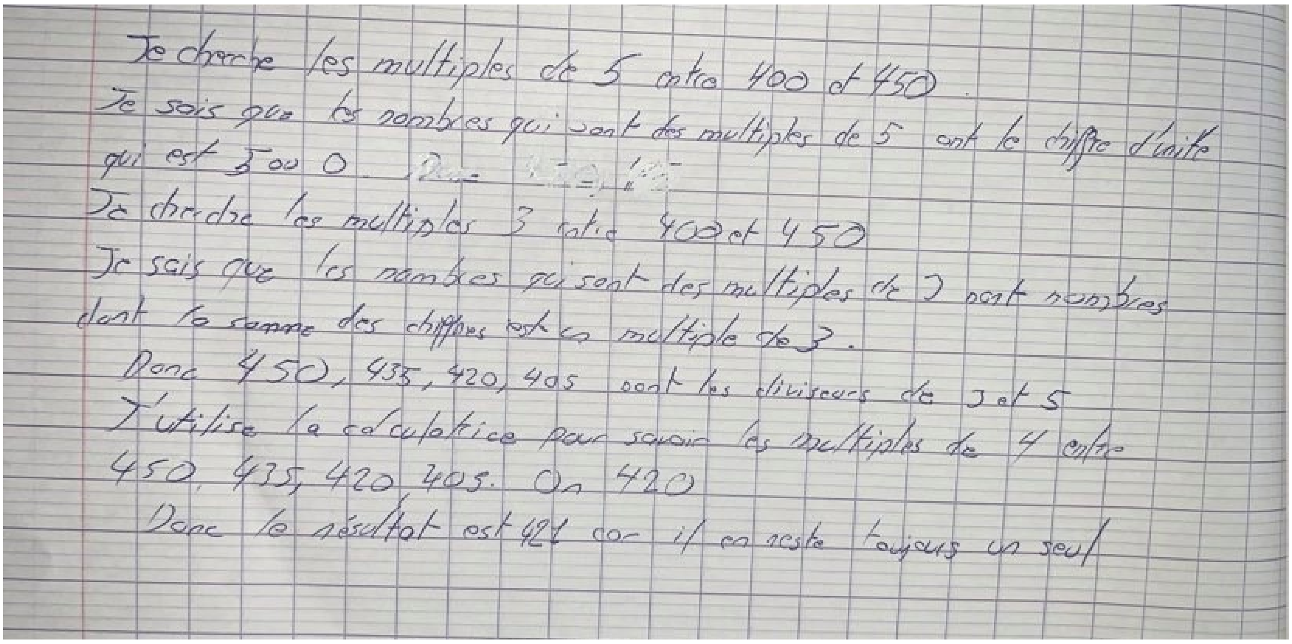
Le fait que le groupe a surligné le mot « regroupe » a donné un indice sur quel type de problème ils ont à faire, qui est sur la notion de multiples et diviseurs. Ils ont eu pour idée de d'abord chercher tous les multiples de 5 compris entre 450 et 400, puis de chercher entre 450 et 400 ceux qui sont dans la table de multiplication de 3 et 5 qui sont les nombres 450 ; 435 ; 420 et 405. Enfin ils ont cherché les multiples communs de 3, 4 et 5 entre 400 et 450 dont 420 en est le seul.

Cependant du fait qu'ils n'ont pas repéré l'information « il en reste toujours un seul », cela aboutit à un mauvais résultat. Nous voyons bien ici que la compétence Chercher en mathématiques est importante, en particulier le traitement d'information pour une bonne résolution du problème.

Travail d'un autre groupe :


Anaïs adore la lecture et possède entre 400 et 450 romans. Elle décide de revendre ses livres sur internet pour en acheter d'autres. Lorsqu'elle regroupe ses livres par 3, par 4 ou par 5, il en reste toujours un seul

Combien de romans Anaïs possède-t-elle exactement ?


Je cherche les multiples de 5 entre 400 et 450.
Je sais que les nombres qui sont des multiples de 5 ont le chiffre d'unité
qui est 5 ou 0.
Je cherche les multiples 3 entre 400 et 450
Je sais que les nombres qui sont des multiples de 3 sont nombres
dont la somme des chiffres est un multiple de 3.
Donc 450, 435, 420, 405 sont les diviseurs de 3 et 5
J'utilise la calculatrice pour savoir les multiples de 4 entre
450, 435, 420, 405. On 420
Donc le résultat est 421 car il en reste toujours un seul

Ici le groupe d'élèves a relevé toutes les informations essentielles sauf le mot « regroupe » mais cela n'a eu aucune incidence dans la résolution du problème.

Comme pour le groupe précédent ils ont cherché les multiples de 5 entre 400 et 450, mais ils ont réinvesti leurs connaissances sur les critères de divisibilité de 5 et 3 afin d'être plus efficaces. Enfin le groupe utilise la calculatrice pour déterminer les multiples de 4. Contrairement au groupe 1, ils ont surligné le fait que « il en reste toujours un seul » ce qui leur a permis d'en déduire le résultat.

Cela illustre qu'un travail spécifique sur la consigne avec les élèves peut les aider dans leur résolution de problème. Enfin une correction commune leur a été proposée (annexe 2).

Nous pouvons par ailleurs remarquer que le groupe 1 emploie le mot « dans la table de multiplication de... » tandis que le groupe 2 utilise le mot « multiple de... » qui veulent signifier la même chose, mais il est important de faire travailler les élèves sur ces expressions car il pourra être extrêmement difficile pour les élèves de reconnaître et reconstituer les éléments de ce mélange.

Ce travail a été effectué sous forme de question flash avec les élèves :

« Trouver les diviseurs de 10 et compléter les phrases suivantes :

… est un multiple de…

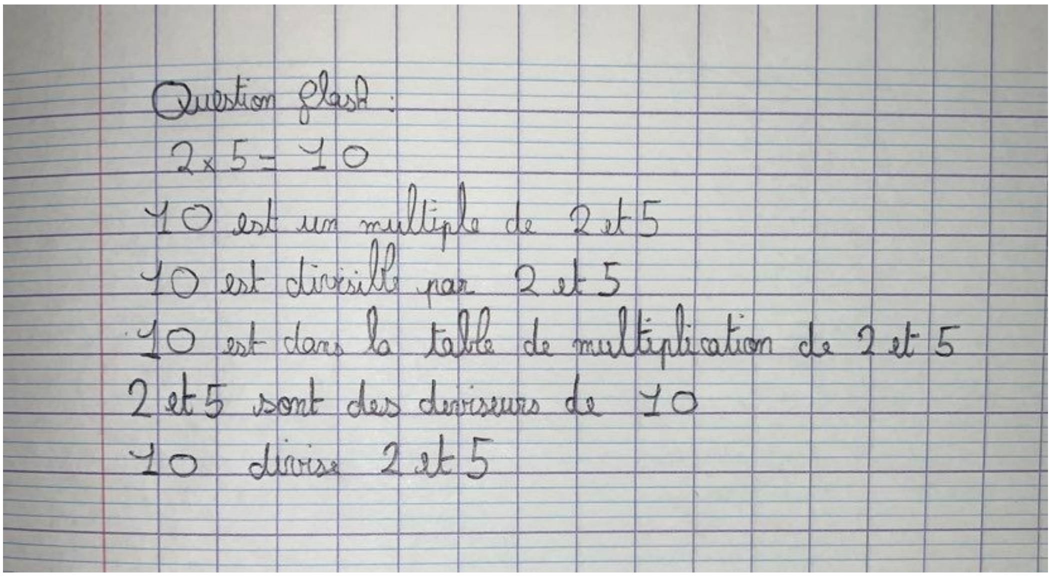
… est divisible par…

… est dans la table de multiplication de…

… sont des diviseurs de…

… divisent... »

Travail d'un élève :

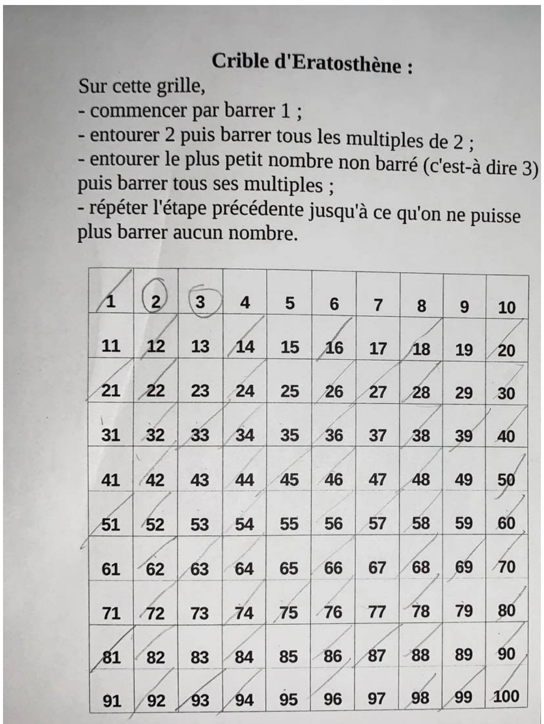

Question flash :
2x5 = 10
10 est un multiple de 2 et 5
10 est divisible par 2 et 5
10 est dans la table de multiplication de 2 et 5
2 et 5 sont des diviseurs de 10
10 divise 2 et 5

Ici l'élève s'est trompé en disant que 10 divise 2 et 5 alors que 2 et 5 divisent 10. Cela illustre l'importance de l'utilisation de la langue naturelle et du formalisme en mathématiques et montre l'importance de travailler ces différentes formulations. Cela montre aussi un jeu cognitif mis en place par l'élève pour analyser ces différentes formes d'expressions.

D'autres élèves ont écrit « 2 et 5 sont les diviseurs de 10 », or ici cela n'est pas vrai car 2 et 5 ne sont pas les seuls diviseurs de 10. Ici nous voyons aussi l'importance des articles en mathématiques avec « les » qui signifie « les seuls » et « des » qui signifie que ce ne sont pas les seuls.

Une fois que les bases sur multiples et diviseurs ont été revues, l'objectif a été d'introduire la notion de nombre premier aux élèves. Comme avec les 6^e, l'objectif n'est pas d'introduire directement le nouveau mot en question mais de les faire manipuler afin qu'ils comprennent la notion car penser à l'introduction d'un nouveau mot ne suffit pas à la maîtrise du concept.

Pour ce faire, l'activité sur le Crible d'Eratosthène leur a été distribuée :


Crible d'Eratosthène :
Sur cette grille,
- commencer par barrer 1 ;
- entourer 2 puis barrer tous les multiples de 2 ;
- entourer le plus petit nombre non barré (c'est-à dire 3) puis barrer tous ses multiples ;
- répéter l'étape précédente jusqu'à ce qu'on ne puisse plus barrer aucun nombre.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Ici nous pouvons remarquer que l'élève n'a pas barré tous les multiples de 2 sur la première ligne ni les multiples de 3. Cela révèle d'une mauvaise lecture de la consigne ou de la non compréhension de cette dernière.

Il est donc très important pour le professeur de revoir la consigne avec l'élève.

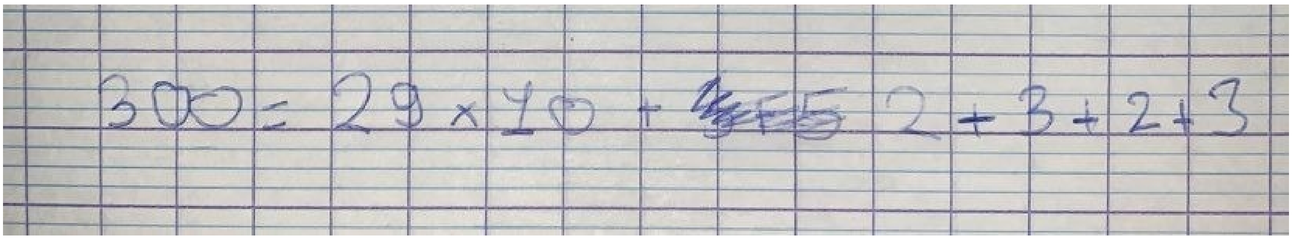
Une fois l'activité terminée, la nouvelle consigne était de comparer les nombres entourés afin de définir ce qu'est un nombre premier.

Grâce au travail fait précédemment sur les multiples diviseurs, les élèves ont de suite trouvé le point commun de tous ces nombres entourés qui est que les seuls diviseurs de ces nombres entourés sont 1 et eux-mêmes.

C'est alors que la notion de nombre premier a été introduite aux élèves, et qu'on peut donc formalisé ce qui a été vu jusqu'à présent(annexe3).

Et à partir de la liste des nombres jusqu'à 30 les élèves ont eu pour consigne d'essayer de décomposer 300 en produit de facteurs premiers

Travail d'un élève :



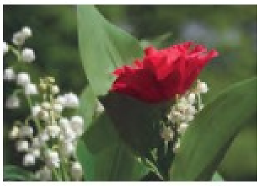
Ici, l'élève a bien décomposé 300 car l'opération $29 \times 10+2+3+2+3$ vaut bien 300 et il n'utilise par ailleurs que les nombres premiers. Cependant ceci est une somme de nombres premiers alors que le but était de décomposer 300 en **produits de facteurs** premiers.

Cela montre que l'élève n'a pas encore associé le mot « multiplication » au mot « produit » et donc illustre l'importance de faire travailler différentes formulations aux élèves pour enrichir leur lexique.

Enfin à la fin de la phase de recherche, une mise en commun a été faite, et une méthode a été proposée (annexe 4).

Un exercice de modélisation leur a ensuite été donné, car il faut donner du sens à ce qu'ils ont fait jusqu'à présent.

2 Pour le 1er mai, Julie dispose de 182 brins de muguet et de 78 roses. Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs.



a. Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ?

....

....

....

....

....

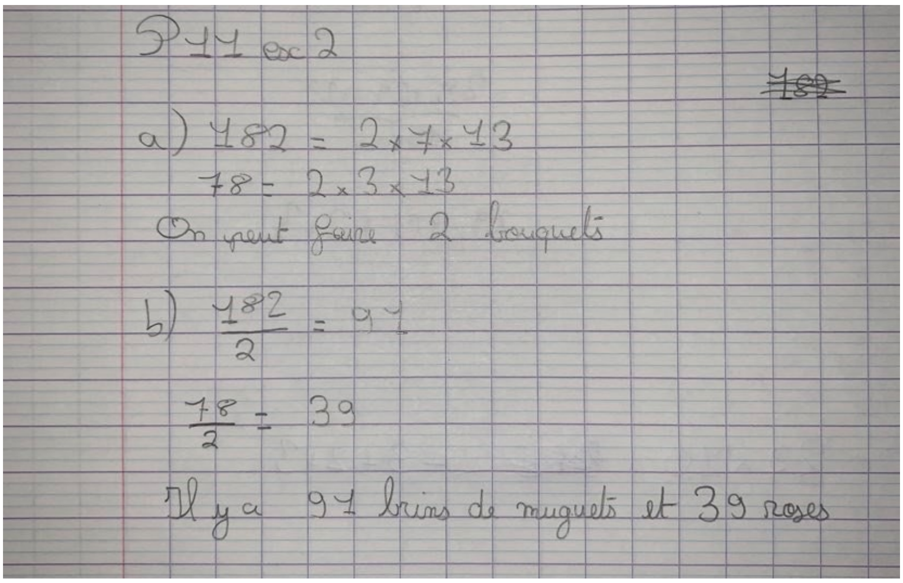
....

b. Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

Ce travail a été fait individuellement, et comme précédemment, avant de s'attaquer à l'exercice, un travail spécifique sur la consigne a eu lieu qui est de surligner les informations importantes pour la résolution du problème.

Travail de l'élève 1 :

L'élève 1 a surligné comme informations importantes les nombres 182 et 78 et s'est ensuite mis à résoudre le problème :



P 11 ex 2

~~182~~

a) $182 = 2 \times 7 \times 13$

$78 = 2 \times 3 \times 13$

On peut faire 2 bouquets

b) $\frac{182}{2} = 91$

$\frac{78}{2} = 39$

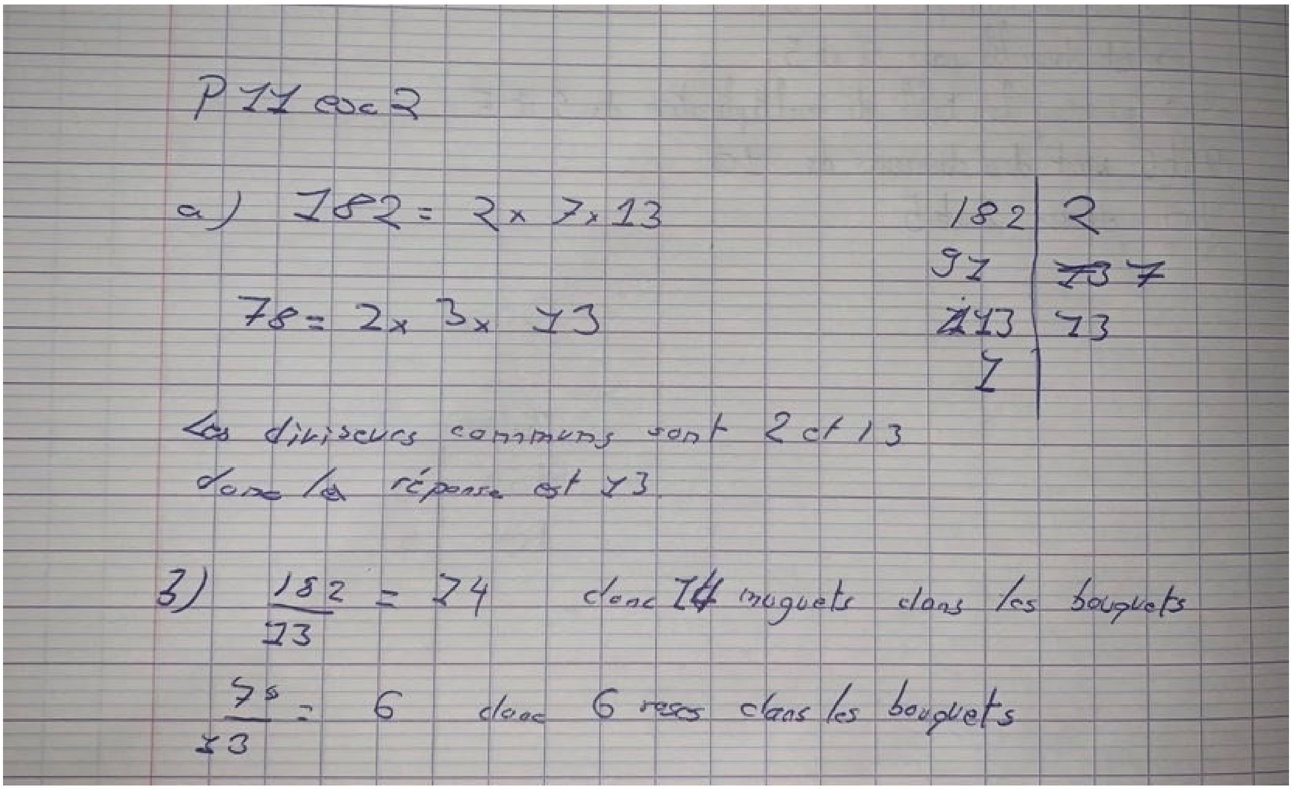
Il y a 91 brins de muguets et 39 roses

Sur ce cahier, l'élève pour la question a décomposé 182 et 78 en produits de facteurs premiers comme il l'avait vu dans le cours, et la décomposition est correcte. Au niveau des compétences mathématiques, la compétence calculer est acquise. Après avoir décomposé ces deux nombres en produits de facteurs premiers, il a remarqué que 2 est un diviseur commun de 182 et 78, et comme dans la tâche complexe, il en a déduit qu'il pouvait faire 2 bouquets. Cependant dans l'énoncé, on cherchait à déterminer l**e plus grand** nombre de bouquets identiques, or 2 n'est pas le plus grand nombre de bouquets identiques que l'on peut faire.

Dans la question b), il a bien raisonné sur le fait de savoir combien de brins de muguets et de roses sont dans chaque paquet.

Même si le raisonnement de l'élève est bon, il n'a pas bien compris le but de l'exercice. Nous voyons bien ici que cet exercice lié à la consigne est primordial pour résoudre le problème et cela fait partie du domaine 1 du socle commun qui est « les langages pour penser et communiquer » et notamment sur les composantes « comprendre, s'exprimer en utilisant la langue française à l'écrit et à l'oral » et « comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques ».

Travail de l'élève 2 :



Cet élève quant à lui a surligné dans la consigne les nombres 182 et 78 mais aussi « le plus grand nombre de bouquets identiques ». Après avoir décomposé 182 et 78 en produits de facteurs premiers, il a recherché les diviseurs communs de 182 et 78 qui sont 2 et 13, et comme il avait surligné dans l'énoncé le fait qu'on cherche le plus grand nombre de bouquets identiques, il en a déduit que 13 était le plus grand nombre de bouquets identiques. Cette erreur a été remarquée chez beaucoup d'élèves, et il fallait leur expliquer que comme 2 et 13 sont des diviseurs de 182 et 78, alors le produit de 2 et 13 est le plus grand diviseur commun.

A la fin comme d'habitude, une mise en commun a été faite et un correction leur a été donnée.

Conclusion

Par le biais de ce mémoire, nous avons montré que les pratiques langagières des mathématiciens sont spécifiques et complexes. Elles mélangent beaucoup le langage naturel qui est le français dans notre cas et le formalisme mathématique. Ainsi les élèves étudient à la fois des objets mathématiques, le sens de ces objets dans la vie réelle, et la manière d'en parler. Le fait de travailler des formulations avec les élèves doit aussi faire l'objet d'une attention particulière pour le professeur.

Au final, chaque discipline a ses pratiques langagières qui lui sont propres, surtout en mathématiques avec la complexité de ses spécificités langagières et ce travail permet d'enrichir les compétences langagières de l'élève et sa maîtrise de la langue qui est fondamentale pour sa réussite scolaire.

De plus, le langage n'intervient pas seulement en mathématiques comme moyen d'extériorisation de la pensée, il contribue lui-même au développement de la pensée.

Le travail réalisé sur ce mémoire m'a permis d'avoir un regard réflexif sur mes pratiques langagières avec les élèves, car même si les formulations habituelles en mathématiques paraissent naturelles pour moi, j'ai dû prendre conscience de la difficulté qu'elles peuvent représenter pour les élèves et ainsi me donner les moyens de les percevoir et les travailler.

Nous avons vu que les mathématiques dépendent fortement du français, ainsi serai-t-il envisageable de pratiquer le co-enseignement entre un professeur de français et un professeur de mathématiques afin d'avoir une diversification pédagogique, et cela permettrait aux enseignants de s'inspirer de leurs pratiques ou d'en proposer des nouvelles.

Annexe

Annexe 1

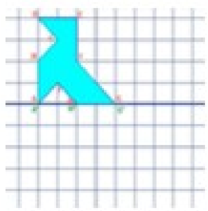
Chapitre D] SYMETRIE AXIALE SUR QUADRILLAGE

1/ Définitions : axe de symétrie et figures symétriques

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite (d) si elles se superposent par pliage le long de la droite (d). Cette droite (d) s'appelle axe de symétrie.

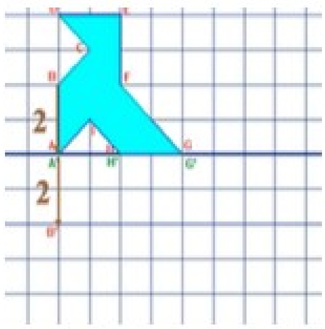
2/ Méthode de construction avec quadrillage et avec un axe de symétrie horizontal

Le symétrique d'un point qui est sur l'axe de symétrie est lui-même.



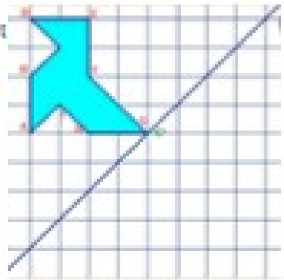
Pour construire le symétrique du point B, on se déplace verticalement de 2 cases vers l'axe de symétrie et on répète la même action de l'autre côté de l'axe de symétrie.
On note B' le symétrique du point B.

On fait de même pour tous les autres points de la figure, puis on relie les points.



3/ Méthode de construction avec quadrillage et avec un axe de symétrie en diagonale

Le point G est sur l'axe de symétrie, donc le symétrique du point G est lui-même, on le note G'.

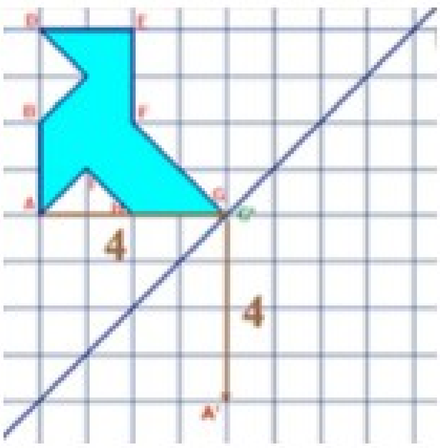


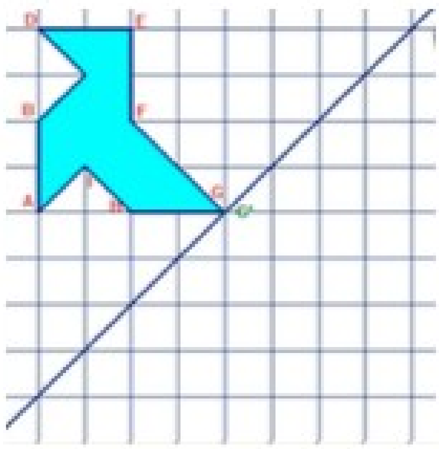
Pour construire le symétrique du point A, on se déplace de 4 cases horizontalement vers l'axe de symétrie, puis on pivote de 90° vers l'autre côté de l'axe de symétrie et on se déplace à nouveau de 4 cases.

Ou bien, on se déplace de deux cases en diagonale vers l'axe de symétrie et on répète la même action de l'autre côté de l'axe de symétrie.

On note A' le symétrique du point A.

On fait de même pour tous les autres points de la figure, puis on relie les points.





Annexe 2

Correction de la tâche complexe : « Une grande lectrice »

Le nombre de livres cherché, moins un, est un multiple de 3, de 4 et de 5.

Il doit donc être entre 400 – 1 et 450 – 1, soit entre 399 et 449.

Ce nombre doit être un multiple de 5, donc son chiffre des unités est 0 ou 5. Cela peut donc être 400 ; 405 ; 410 ; 415 ; 420 ; 425 ; 430 ; 435 ; 440 ou 445.

De plus, ce nombre doit être un multiple de 4. Or un multiple de 4 se reconnaît quand le nombre formé par ses deux derniers chiffres est dans la table de 4. Cela peut donc être 420 ou 440.

$4 + 2 + 0 = 6$ et $4 + 4 + 0 = 8$. Seul 6 est dans la table de 3.

Le seul nombre qui est aussi multiple de 3 est 420.

Donc, le nombre de livres cherché, moins un, est 420.

Solution : **Anaïs possède donc 421 romans**.

Annexe 3

Chapitre 8 : Nombre entiers

1) Définition : Multiple et diviseur

On dit qu'un nombre A est multiple d'un nombre B si l'on peut trouver A en multipliant B par un nombre entier. On dit alors aussi que B est un diviseur de A.

Exemple :
$3 \times 5 = 15$

15 est divisible par 3 et 5.
15 est multiple de 3 et 5.
15 est dans la table de multiplication de 3 et 5.
3 et 5 sont des diviseurs de 15.

2) Critères de divisibilité

Un nombre entier est divisible :
_par 2, si son chiffre des unités est pair,
_par 3, si la somme de ses chiffres est divisible par 3,
_par 5, si son chiffre des unités est 0 ou 5,
_par 10, si son chiffre est unités est 0,
_par 9, si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemples :
1) 30 est divisible par 2, 5, 10 et 3
2) 1 071 est divisible par 3 et 9, car 1 + 0 + 7 + 1 = 9, et 9 est divisible par 3 et 9.

3) Définition : Nombres premiers

Un nombre premier est un nombre entier qui possède exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 100 :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 et 97.

4) Diviseur commun
Exemple :
Les diviseurs de 12 sont : 1, 2, 3, 4, 6 et 12.
Les diviseurs de 8 sont : 1, 2, 4 et 8.

Les diviseurs communs de 12 et 8 sont : 1, 2, 3 et 4.

Annexe 4

Chapitre 8 : Nombre entiers

5) Décomposition d'un nombre en produits de facteurs premiers

Propriété :
Tout nombre non premier peut se décomposer en produits de facteurs premiers. Cette décomposition est unique à l'ordre des facteurs près.

Méthode de décomposition

Décomposer 300 en produits de facteurs premiers.
Pour le faire, il est important de connaître le début de la liste des nombres premiers au moins jusqu'à 30, c'est à dire :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29.

300	2
150	

On commence par tester si 300 est divisible par 2.
La réponse est « oui » car 300 se termine par un chiffre pair.
On a donc 300 : 2 = 150

On recommence, en testant si 150 est divisible par 2.
La réponse est « oui » et on a 150 : 2 = 75

300	2
150	2
75	

On recommence, en testant si 75 est divisible par 2.
La réponse est « non ».
On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.
Est-ce que 75 est divisible par 3 ?
La réponse est « oui » car 7+5=12 est divisible par 3.
Et on a 75 : 3 = 25

300	2
150	2
75	3
25	

On recommence en testant si 25 est divisible par 3.
La réponse est « non ».
On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.
Est-ce que 25 est divisible par 5 ?
La réponse est « oui » et on a 25 : 5 = 5

300	2
150	2
75	3
25	5
5	

On recommence, en testant si 5 est divisible par 5.
La réponse est « oui » et on a 5 : 5 = 1.

On s'arrête quand on trouve 1 !

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	

La décomposition en produits de facteurs premiers de 300 est :
$300=2\times2\times3\times5\times5$
ou bien
$300=2^2\times3\times5^2$

Bibliographie

Michel Vigier. (2014). *La France handicapée du calcul Vaincre l'innumérisme pour sortir du taux de chômage.* France : Eyrolles.

Association nationale des conseillers pédagogiques Congrès Versailles, Association nationale des CPAIEN France. (1994). *Mathématiques et langages : Actes du XXIXè congrès national de l'ANCP.* Versailles : Hachette.

Gérard Vergnaud. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue Française de Pédagogie,* n°96, 79-86.

Colette Laborde. (1975). Un langage prononcé de formules en mathématiques. *Revue Française de Pédagogie,* n°33, 36-41.

Nicolas Jonas , OCDE. (2018). *Les Pratiques et Les Compétences Des Adultes en Numératie.* Repéré à http://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=EDU/WKP(2018)13&docLanguage=Fr

Conseil national de la Formation Professionnelle Tout au Long de la Vie. (2013). *Prévention et lutte contre l'illettrisme Rapport.* Repéré à https://www.enssib.fr/bibliotheque-numerique/documents/64138-prevention-et-lutte-contre-l-illettrisme-rapport.pdf

Christophe Hache, Université Paris Diderot. (2019). *Questions langagières dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.*Repéré à

https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-02420979/document

Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche. (2016). *Mathématiques et maîtrise de la langue.* Repéré à https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/6/RA16_C3C4_MATH_math_maitr_lang_N.D_600996.pdf

Résumé en français

Le langage naturel occupe une place très importante au coeur de nos vies, que ce soit pour communiquer ou pour lire, et par extension dans les enseignements en mathématiques. En effet, en mathématiques, il y a un mélange entre le langage naturel qui est le français dans notre cas et le formalisme mathématique, ce qui rend les pratiques langagières des mathématiciens spécifiques et complexes. En plus de cela vient s'ajouter le fait que certains élèves sont en situation d'illettrisme et d'innumérisme, ainsi la démarche pédagogique proposée à deux classes dont une de 6e et de 3e est de travailler la maîtrise de la langue à travers les mathématiques et inversement travailler les mathématiques grâce à la maîtrise de la langue.

Mots-clés : langage naturel, formalisme mathématique, pratiques langagières, illettrisme, innumérisme

Summary

Natural language occupies a very important place at the heart of our lives, whether for communication or for reading, and by extension in the teaching of mathematics. Indeed, in mathematics, there is a mixture between natural language which is French in our case and mathematical formalism, which makes the language practices of mathematicians specific and complex. In addition to this is added the fact that some students are illiterate and in a situation of innumerism, so the educational approach offered to two classes, one of 6th and 3rd is to work the mastery of the language through mathematics and conversely work on mathematics through mastery of the language.

Keywords: Natural language, mathematical formalism, language practices, illiterate, innumerism