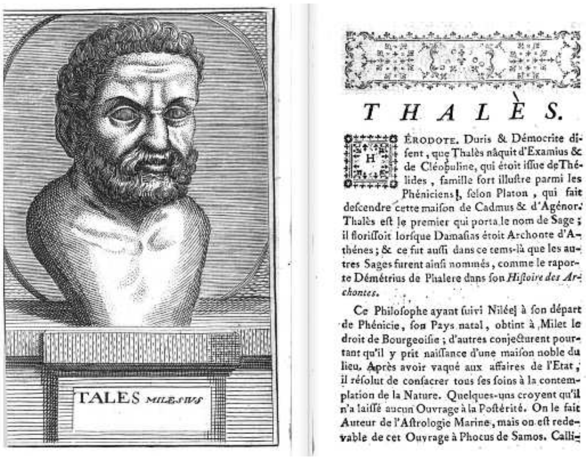
UE 22B

2

# Théorème de Thalès et transformations




*Vies, doctrines et sentences des philosophes illustres, 1761, Diogenes Laertius*

## Un peu d'histoire

La tradition attribue à **Thalès de Milet** (environ $-625$; $-546$ av. J.-C.) l'introduction en Grèce de la géométrie égyptienne. Thalès n'a laissé aucun écrit, ce qui rend donc difficile la réalisation d'une biographie incontestée de ce sage. C'est un commerçant qui consacre sa vie aux voyages et aux études, philosophe et savant, il est l'auteur de nombreuses recherches mathématiques, notamment en géométrie. De retour à Milet, il devient homme politique, et homme d'affaires. Ses travaux portent sur les mathématiques, l'astrologie, l'astronomie et la philosophie. Il serait mort de déshydratation en regardant un concours gymnique, oubliant de d'alimenter et de s'hydrater. On dit qu'il aurait mesuré les grandes pyramides grâce à leur ombre : au cours d'un voyage en Égypte, il aperçoit la pyramide de Kheops. Les dimensions du monument âgé alors de 2 000 ans, dépassent de loin tout ce qu'il avait imaginé.

– « *Comment mesurer cette pyramide ?* »

*Thalès regardant son ombre eut alors cette idée :*

– « *Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne. Donc, à l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur.* »

Toutefois, des documents historiques montrent que cette propriété était déjà connue bien avant par les Babyloniens et les Égyptiens. Le résultat porte le nom de Thalès en France. En anglais, il est connu sous le nom de *Intercept theorem* ; en allemand il est appelé *Strahlensatz* (théorème des rayons). La première démonstration écrite connue de ce théorème est donnée dans les *Éléments* d'**Euclide**.

# Ce qu'il faut savoir

## 1. Théorème de Thalès

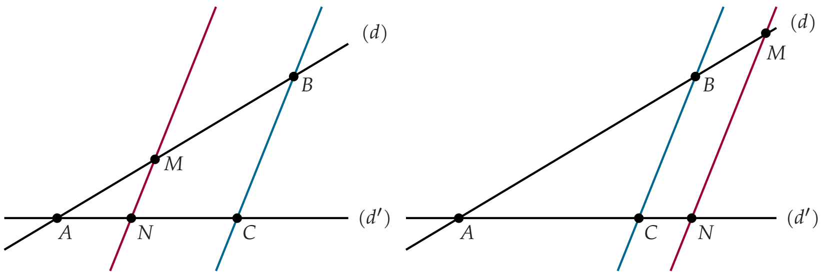
### A. Configuration de Thalès

**PROPRIÉTÉ : Théorème de Thalès**

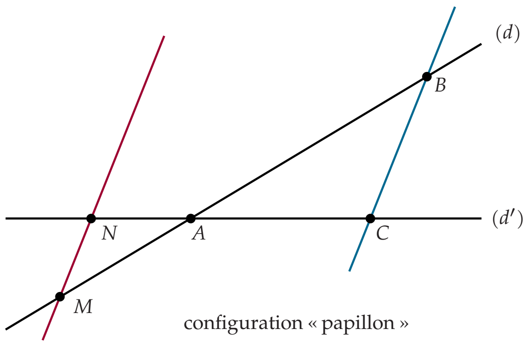
Soient $(d)$ et $(d')$ sont deux droites sécantes en $A$, $B$ et $M$ deux points de la droite $(d)$, distincts de $A$, et $C$ et $N$ deux points de la droite $(d')$, distincts de $A$. Si les droites $(BC)$ et $(MN)$ sont parallèles, alors : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$.

**REMARQUE :** ce rapport est également égal à $\dfrac{MN}{BC}$ puisque dans ce cas, les triangles $ABC$ et $AMN$ sont semblables. Autrement dit, les longueurs des côtés des triangles $ABC$ et $AMN$ sont proportionnelles.

Les trois figures clé :

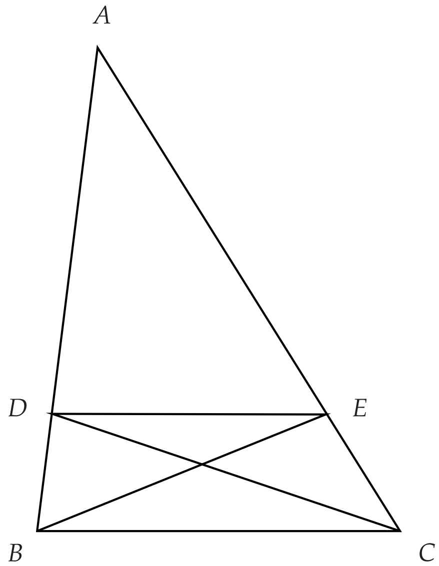



configurations « classique », vues en quatrième




configuration « papillon »

**PREUVE** Une démonstration parmi d'autres : le démonstration d'Euclide basée sur les aires (−300 avant J.-C.).




Les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

- Les triangles $DEB$ et $DEC$ on une base commune : $[DE]$ et la même hauteur donc : $\mathcal{A}(DEB) = \mathcal{A}(DEC)$ ;
  D'où $\mathcal{A}(ABE) = \mathcal{A}(ACD)$ par ajout de $\mathcal{A}(ADE)$.
  $$\Longrightarrow \frac{\mathcal{A}(ABE)}{\mathcal{A}(ABC)} = \frac{\mathcal{A}(ACD)}{\mathcal{A}(ABC)};$$
- les triangles $ABE$ et $ABC$ ont la même hauteur issue de $B$ : $h_1$ ;
  les triangles $ACD$ et $ABC$ ont la même hauteur issue de $C$ : $h_2$ ;
  $$\Longrightarrow \frac{\dfrac{AE \times \cancel{h_1}}{\cancel{2}}}{\dfrac{AC \times \cancel{h_1}}{\cancel{2}}} = \frac{\dfrac{AD \times \cancel{h_2}}{\cancel{2}}}{\dfrac{AB \times \cancel{h_2}}{\cancel{2}}}$$
  $$\Longrightarrow \boxed{\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}}$$

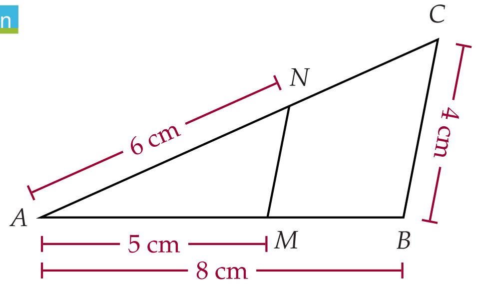
## MÉTHODE 1 Calculer une longueur dans une configuration de Thalès

On utilise le théorème de Thalès en respectant la rédaction :
- citer les points alignés dans un ordre précis et les droites parallèles ;
- citer la propriété utilisée (« d'après le théorème de Thalès ») ;
- écrire l'égalité des quotients ;
- isoler, puis calculer la longueur du segment demandé.

**Exercice d'application**

$ABC$ est un triangle,
$M \in [AB]$, $N \in [AC]$,
$AM = 5$ cm, $AN = 6$ cm, $AB = 8$ cm et $BC = 4$ cm.
Les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles.
Calculer $MN$ et $AC$.

**Correction**




Les points $A, N, C$ et $A, M, B$ sont alignés dans le même ordre et les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, avec des mesures en cm, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \text{soit} \quad \frac{5}{8} = \frac{6}{AC} = \frac{MN}{4}$$

donc, $MN = \dfrac{5 \times 4}{8} = 2,5$ et $AC = \dfrac{6 \times 8}{5} = 9,6$.

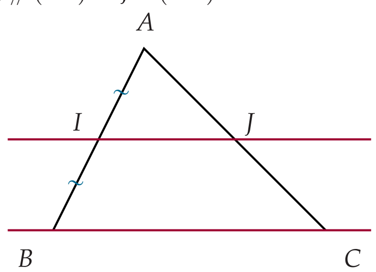
**Conséquence du théorème de thalès :** si $(BM)$ et $(CN)$ sont deux droites sécantes en $A$, et si $\dfrac{AM}{AB} \neq \dfrac{AN}{AC}$, alors les droites $(BC)$ et $(MN)$ ne sont pas parallèles.

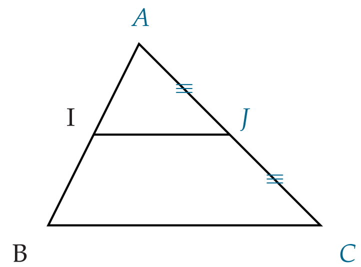
## B. Un cas particulier : la réciproque du théorème de la droite des milieux.

### PROPRIÉTÉ : Réciproque de la droite des milieux

Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté parallèlement à un deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu.

**Si** dans le triangle $ABC$, $I$ milieu de $[AB]$, $(IJ) \parallel (BC)$ et $J \in (AC)$ **alors** $J$ milieu de $[AC]$




PREUVE $A, I, B$ et $A, J, C$ sont alignés dans le même ordre et $(IJ)$ est parallèle à $(BC)$, donc d'après le théorème de Thalès, $\dfrac{AI}{AB} = \dfrac{AJ}{AC}$.

Or, $I$ est le milieu de $[AB]$, d'où $\dfrac{AI}{AB} = \dfrac{1}{2}$, donc $\dfrac{AJ}{AC} = \dfrac{1}{2}$ ce qui implique que $AJ = \dfrac{1}{2}AC$.

# Ce qu'il faut savoir

## 2. Réciproque du théorème de Thalès

### A. Configuration de Thalès, sens réciproque

**PROPRIÉTÉ : Réciproque du théorème de Thalès**

Si les points $A$, $M$ et $B$ d'une part, et les points $A$, $N$ et $C$ d'autre part, sont alignés dans le même ordre, et si les rapports $\dfrac{AM}{AB}$ et $\dfrac{AN}{AC}$ sont égaux, alors les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles.

**MÉTHODE 2 Démontrer que deux droites sont parallèles**

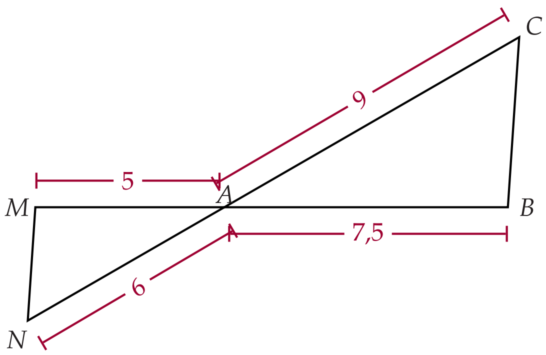
On utilise la réciproque du théorème de Thalès en respectant la rédaction :

- citer les points alignés dans un ordre précis ;
- calculer deux rapports de longueur ;

| **s'il y a égalité** | **s'il n'y a pas égalité** |
|---|---|
| • écrire l'égalité ; <br>• citer la propriété utilisée : « d'après la réciproque du théorème de Thalès ... » ; <br>• conclure : « les droites ... et ... sont parallèles » | • écrire l'inégalité ; <br>• citer la propriété utilisée : « d'après le théorème de Thalès... » ; <br>• conclure : « les droites ... et ... ne sont pas parallèles » |

**Exercice d'application** $A \in [NC]$ et $A \in [MB]$.
$AM = 5$, $AN = 6$, $AB = 7{,}5$ et $AC = 9$.
Les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont-elles parallèles ?

**Correction**




Les points $M$, $A$ , $B$ d'une part, et les points $N$, $A$, $C$ d'autre part, sont alignés dans le même ordre.

On calcule $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{5}{7{,}5} = \dfrac{2}{3}$ d'une part,

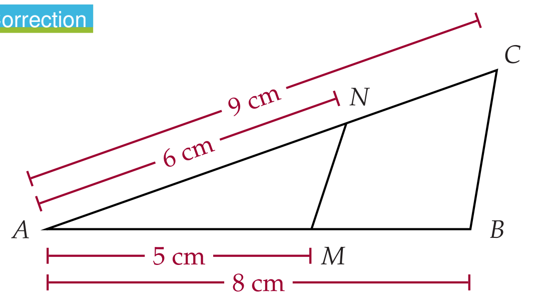
et $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$ d'autre part.

On constate que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ ;

d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont parallèles.

**Exercice d'application** $M \in [AB]$, $N \in [AC]$,
$AM = 5$ cm, $AN = 6$ cm, $AB = 8$ cm, $AC = 9$ cm.
Les droites $(MN)$ et $(BC)$ sont-elles parallèles ?

**Correction**




Les points $A, N, C$ et $A, M, B$ sont alignés dans le même ordre.

On calcule $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{5}{8}$ d'une part,

et $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$ d'autre part.

On constate que $\dfrac{AM}{AB} \neq \dfrac{AN}{AC}$ ;

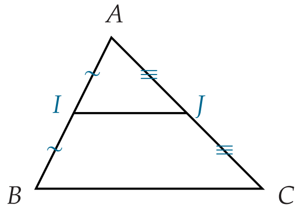
or, si les droites $(MN)$ et $(BC)$ étaient parallèles, le théorème de Thalès nous dirait que cette égalité est vraie. Comme ce n'est pas le cas, on peut en conclure que les droites $(MN)$ et $(BC)$ ne sont pas parallèles.

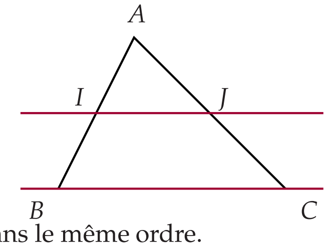
## B. Un cas particulier : le théorème de la droite des milieux.

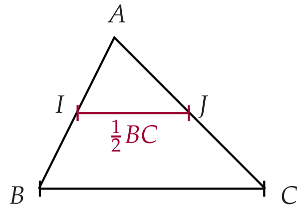
### PROPRIÉTÉ : Théorème de la droite des milieux

Dans un triangle, la droite qui joint les milieus de deux côtés est parallèle au troisième côté et la longueur du segment qui joint les milieux de ces deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

**Si** dans le triangle $ABC$, $I$ milieu de $[AB]$ et $J$ milieu de $[AC]$. **alors** $(IJ)$ // $(BC)$ **et** $IJ = \frac{1}{2}BC$




PREUVE $A, I, B$ et $A, J, C$ sont alignés dans le même ordre.
$I$ est le milieu de $[AB]$ et $J$ est le milieu de $[AC]$, d'où $\frac{AI}{AB} = \frac{1}{2}$ et $\frac{AJ}{AC} = \frac{1}{2}$.
$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites $(IJ)$ et $(BC)$ sont parallèles.
De plus, $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$ ce qui implique que $\frac{IJ}{BC} = \frac{1}{2}$, soit $IJ = \frac{1}{2}BC$.

# 3. Les transformations

## A. Homothéties et isométries

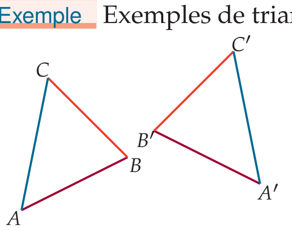
### DÉFINITION : Isométrie, homothétie

Une **isométrie** est une transformation qui conserve les longueurs.
Une **homothétie** est une transformation qui réduit ou qui agrandit une figure .

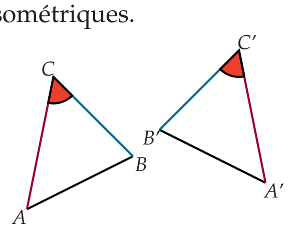
### PROPRIÉTÉ

- Deux triangles sont isométriques s'il sont superposables. Une isométrie conserve les longueurs, le parallélisme, l'orthogonalité, les angles, les formes et les figures.
- Dans la configuration de Thalès, l'un des triangles est image de l'autre par une homothétie dont le centre est le sommet commun et le rapport est donné par le rapport de Thalès.
- Une homothétie de rapport $k$ multiplie les aires par $k^2$ et les volumes par $k^3$.

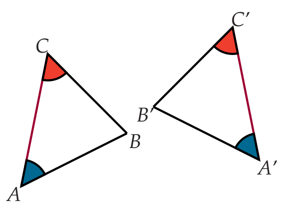
Exemple Exemples de triangles isométriques.




trois côtés de même longueur




un angle égal compris entre deux côtés de même longueur

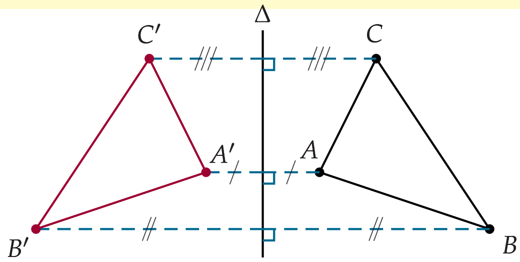



un côté de même longueur adjacent à deux angles égaux

## B. Les symétries

### DÉFINITION : Symétrie axiale

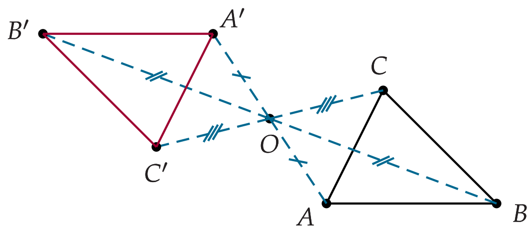
$M'$ est l'image du point $M$ par la **symétrie d'axe** $\Delta$ signifie que la droite $\Delta$ est la médiatrice du segment $[MM']$. C'est une isométrie.




On dit que les figures sont symétriques par rapport à la droite $\Delta$.

### DÉFINITION : Symétrie centrale

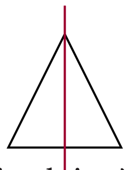
$M'$ est l'image du point $M$ par la **symétrie de centre** $O$ signifie que $O$ est le milieu de $[MM']$. C'est une isométrie.



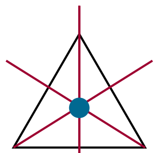

### DÉFINITION : Axe, centre de symétrie

Si une figure $\mathcal{F}$ est « transformée » en elle-même par la symétrie axiale d'axe (d), alors la droite (d) est un **axe de symétrie** de la figure $\mathcal{F}$.
Si une figure $\mathcal{F}$ est « transformée » en elle-même par la symétrie centrale de centre O, alors O est le **centre de symétrie** de la figure $\mathcal{F}$.

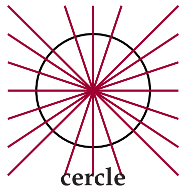
Exemple Une figure peut avoir plusieurs axes de symétrie mais si elle possède un centre de symétrie il est unique.



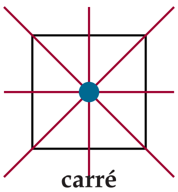
**triangle isocèle**
1 axe de symétrie
0 centre de symétrie



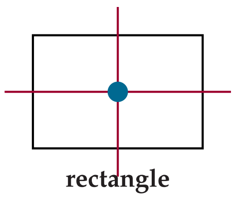
**triangle équilatéral**
3 axes de symétrie
0 centre de symétrie



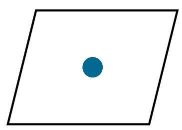
**cercle**
$\infty$ axes de symétrie
1 centre de symétrie



**carré**
4 axes de symétrie
1 centre de symétrie



**rectangle**
2 axes de symétrie
1 centre de symétrie

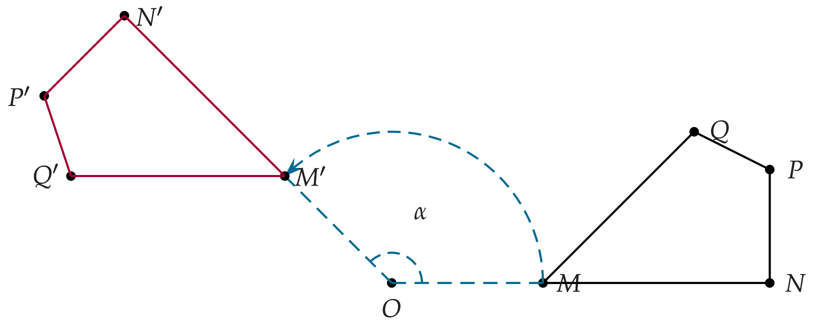


**parallélogramme**
0 axe de symétrie
1 centre de symétrie

## C. Les rotations

### DÉFINITION : Rotation

$M'$ est l'image du point $M$ par la **rotation de centre $O$ et d'angle $\alpha$** signifie que $OM = OM'$ et que $\widehat{MOM'} = \alpha$. C'est une isométrie.




REMARQUE : on appelle sens direct le sens inverse des aiguilles d'une montre et sens indirect le sens horaire.

## D. Les translations

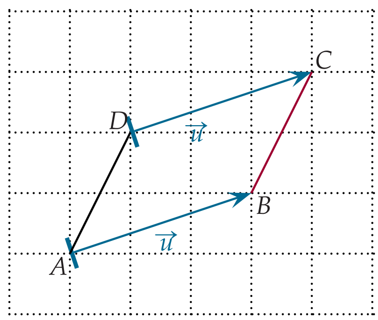
### DÉFINITION : Translation

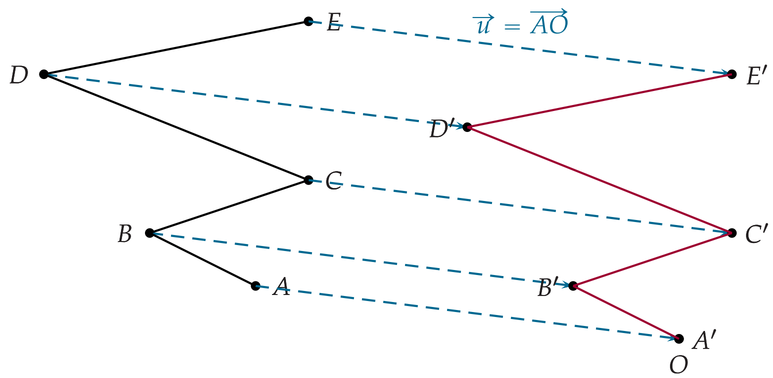
Un point $C$ est l'mage d'un point $D$ par la **translation** qui transforme $A$ en $B$ lorsque le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme. On dit alors que $C$ est l'image du point $D$ par la translation de **vecteur** $\overrightarrow{AB}$. C'est une isométrie.

REMARQUE : pour la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transformant $D$ en $C$, on a :

- $(AB)$ et $(DC)$ sont parallèles (même direction);
- $AB$ et $DC$ sont de même longueur;
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ vont dans le même sens.

Les vecteurs sont souvent notés $\vec{u}$, $\vec{v}$...



# Pour s'entraîner

Maîtriser les bases avec MathenPoche

| Classe | N° | Thème | Dans le cours |
|---|---|---|---|
| 6e | G3 | Symétrie axiale | 3. |
| | G5 | Axes de symétrie | 3. |
| 5e | G1 | Symétrie centrale | 1. |
| 4e | G2 | Triangles et parallèles | 1. et 2. |
| 3e | G1 | Théorème de Thalès | 1. et 2. |

## 1 Transformers !

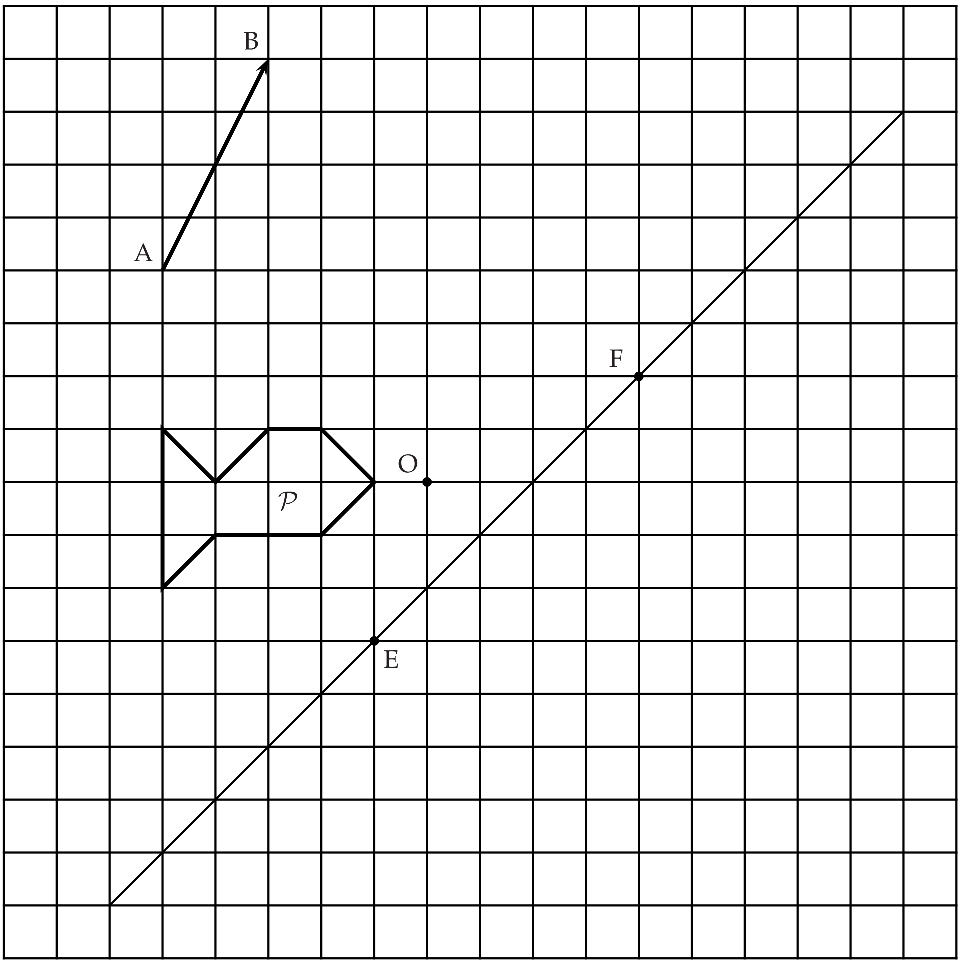
*D'après brevet des collèges, groupement nord, juin 2002.*

**1)** Tracer le symétrique $\mathcal{P}_1$ de la figure $\mathcal{P}$ par rapport au point O.

**2)** Tracer le symétrique $\mathcal{P}_2$ de la figure $\mathcal{P}$ par rapport à la droite (EF).

**3)** Tracer l'image $\mathcal{P}_3$ de la figure $\mathcal{P}$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

**4)** Tracer l'image $\mathcal{P}_4$ de la figure $\mathcal{P}$ dans la rotation de centre E, d'angle 90°dans le sens direct.

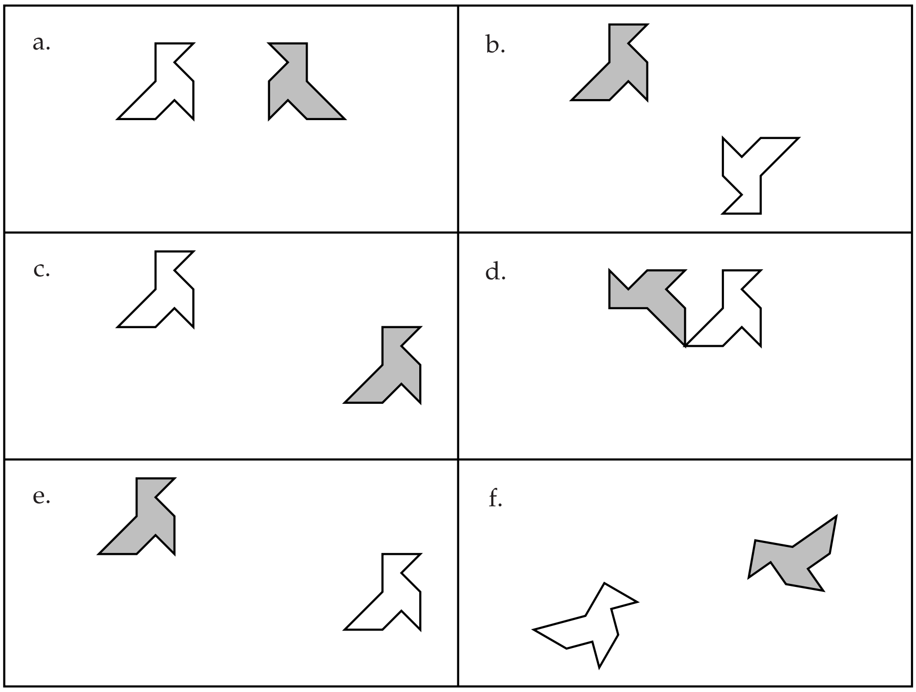


## 2 Cot cot

*D'après brevet des collèges, Amérique du nord, juin 2005.*

La figure grise est obtenue après avoir appliqué une transformation du plan à la figure blanche. Dans chaque cas :

- préciser le type de transformation ;
- faire apparaître et préciser le(s) élément(s) caractéristique(s) de cette transformation.



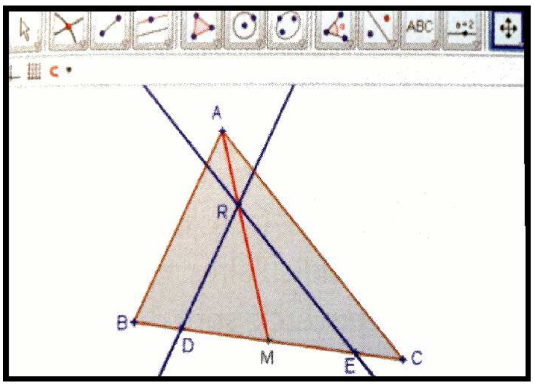

## 3 Une conjecture à démontrer

ABC est un triangle et $M$ est le milieu du côté $[BC]$. $R$ est un point qui décrit la médiane $[AM]$. Par $R$, on trace les parallèles à $(AB)$ et à $(AC)$ ; elles coupent le segment $[BC]$ en $D$ et $E$.

1) Faire une figure avec un logiciel de géométrie dynamique et afficher les longueurs $MD$ et $ME$.

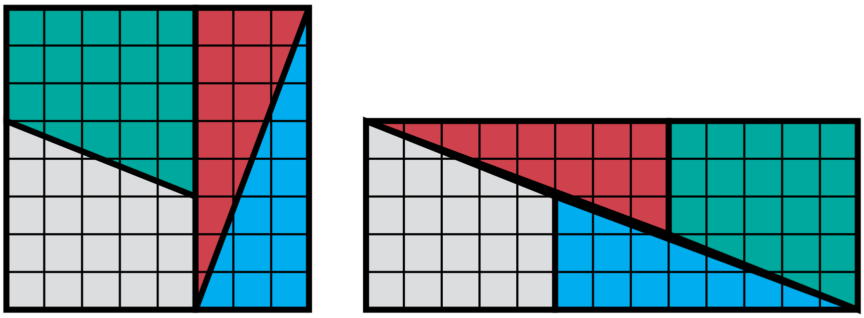
2) Déplacer le point $R$. Que peut-on conjecturer pour $MD$ et $ME$ ?

3) Démontrer cette conjecture.



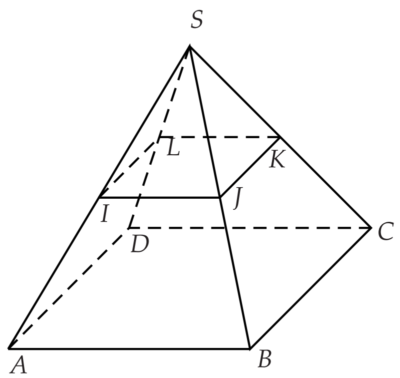
## 4 Puzzle de Lewis Carroll

On considère le carré de 8 carreaux de côté ci-dessous. En utilisant les triangles rectangles et les trapèzes rectangles constituant le carré comme des pièces de puzzle, on transforme ce carré en un rectangle de 5 carreaux sur 13 carreaux. Quel est le paradoxe considéré ici ? Démontez ce paradoxe.



## 5 Aire et volume

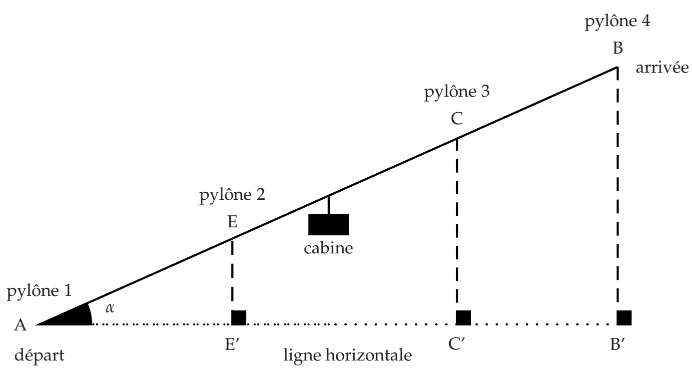
On considère la pyramide de sommet $S$ et de base $ABCD$ représentée ci-dessous. Les points $I$, $J$, $K$ et $L$ sont respectivement les milieux des arêtes $[SA]$, $[SB]$, $[SC]$ et $[SD]$.
Parmi les affirmations suivantes, indiquer celle(s) qui est (sont) exacte(s) en justifiant.




1) L'aire du quadrilatère $ABCD$ est égale à quatre fois l'aire du quadrilatère $IJKL$.
2) L'aire du quadrilatère $IJBA$ est égale à deux tiers de l'aire du triangle $SAB$.
3) Le volume de la pyramide $SABCD$ est égal à trois fois celui de la pyramide $SIJKL$.
4) Le volume de la pyramide $SABCD$ est égal aux huit septièmes du volume du solide $ABCDIJKL$.

## 6 CRPE 2005 Créteil

Une station de sports d'hiver est équipée d'un téléphérique pour permettre aux skieurs d'atteindre un plateau en altitude. Des pylônes sont placés en A, E, C et B pour soutenir le câble que l'on considérera rectiligne. Le câble mesure 2,48 km. L'altitude au point A est 2 100 m, l'altitude au point B est 2 620 m.

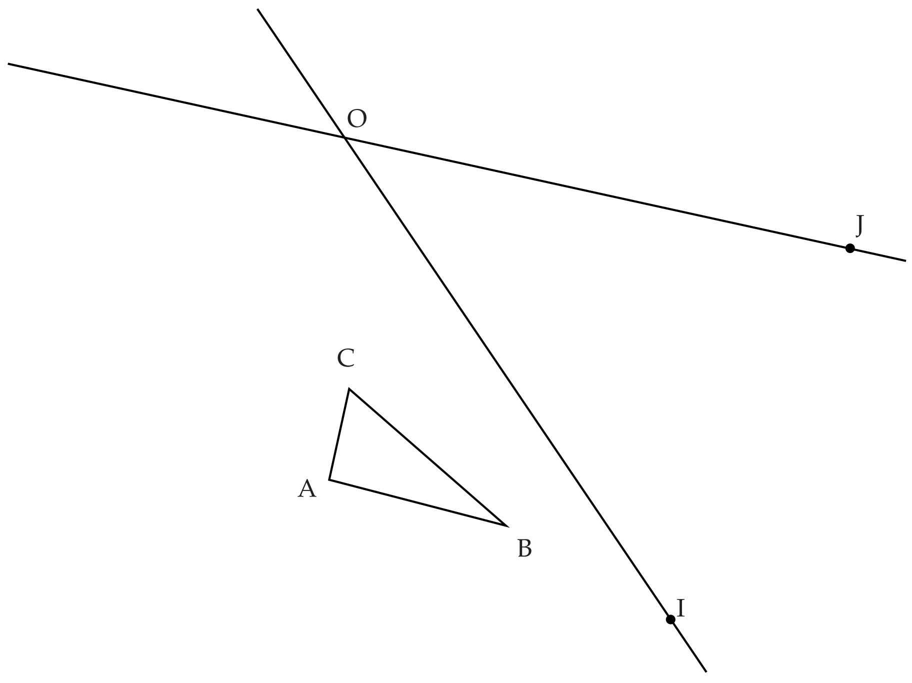



*Remarque : sur ce schéma, les mesures des longueurs et de l'angle ne sont pas respectées.*

1) On définit la pente comme étant le rapport entre la hauteur du dénivelé (BB′ sur le dessin) et la distance parcourue à l'horizontale (AB′ sur le dessin). Calculer la pente de ce câble et l'exprimer en pourcentage.
2) Entre B et C, le câble mesure 480 m.
   a) Démontrer que CC′ = 419 m à 1 m près.
   b) Calculer l'altitude au point C, arrondie à 1 m près.
3) a) E est le milieu du segment [AC]. Calculer EC.
   b) Entre E et C, la cabine progresse à la vitesse constante de 5 m/s. En combien de temps la cabine parcourt-elle la distance EC ? Vous donnerez le résultat en minutes et secondes.

### 7 CRPE 2006 G4

1) Pour cette question, tracer sur la copie une figure ressemblant à la figure ci-dessous. Il ne s'agit pas de reproduire exactement cette figure mais d'en respecter la forme et la disposition.
2) Construire à la règle et au compas les symétriques A′ , B′ et C′ des points A , B et C par rapport à la droite (OI) en laissant apparents les traits de construction.
   Construire à la règle et au compas les symétriques A″ , B″ et C″ des points A′ , B′ et C′ par rapport à la droite (OJ) en laissant apparents les traits de construction.
3) À partir de l'observation de la figure obtenue, donner un argument montrant qu'il n'existe pas de symétrie axiale qui transforme les trois points A , B et C en A″ , B″ et C″.
4) Montrer que l'angle $\widehat{BOB''}$ vaut le double de l'angle $\widehat{IOJ}$.
5) Quelle est la transformation du plan qui transforme le triangle ABC en A″B″C″ ? Justifier la réponse.

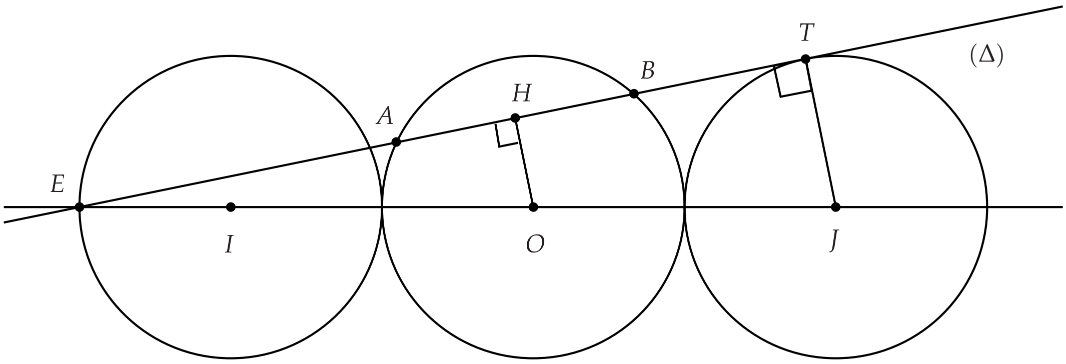


# Vu au CRPE

**8** **CRPE 2008 Paris**

On considère trois cercles $(C_1), (C_2)$ et $(C_3)$ de même rayon, noté $r$, et de centres respectifs $I, O$ et $J$. Dans tout l'exercice, le rayon $r$ est un nombre entier non nul. Nous savons que :

- les trois points $I, O$ et $J$ sont alignés et dans cet ordre ;
- le cercle $(C_1)$ est tangent au cercle $(C_2)$, le cercle $(C_2)$ est tangent au cercle $(C_3)$ ;
- le point $E$ est à l'intersection de la droite $(OI)$ et du cercle $(C_1)$, et n'appartient pas au cercle $(C_2)$ ;
- la droite $(\Delta)$ est tangente au cercle $(C_3)$ en $T$ et passe par $E$ ; elle coupe le cercle $(C_2)$ en $A$ et en $B$ ;
- $H$ est le point de $(\Delta)$ tel que $(OH)$ et $(\Delta)$ sont perpendiculaires.




**On pose** $OH = a$

**1)** En utilisant le théorème de Thalès, démontrer que : $a = \dfrac{3}{5}r$.

**2)** Expliquer pourquoi le nombre $a$ est toujours un nombre rationnel.

**3)** $a$ est-il toujours un nombre décimal ? Justifier la réponse.

**4)** Quels sont les nombres $r$ pour lesquels $a$ est un nombre entier ?

**5)** Le nombre $a$ peut-il être un nombre premier ?

**6)** Calculer $HB$ en fonction de $r$.

**On pose** $AB = b$

**7)** Démontrer que $H$ est le milieu de $[AB]$ et en déduire que $b = \dfrac{8}{5}r$.

**8)** Existe-t-il des nombres $r$ pour lesquels le nombre $b$ est un nombre premier ? Justifier.

**9** **CRPE 2015 G1**

*Dans cet exercice, on prendra 1 cm comme unité de longueur.*

On considère un trapèze $ABFE$ rectangle en $A$ et $B$, c'est-à-dire tel que les droites $(AE)$ et $(BF)$ sont perpendiculaires à la droite $(AB)$, et tel que $AB = 14$ ; $AE = 3$ ; $BF = 9$. Le point $M$ est un point variable sur le segment $[AB]$.

Le but de cet exercice est de déterminer la position de $M$ pour laquelle la valeur de $EM + MF$ est minimale.

**1)** Construire le trapèze $ABFE$ et le point $G$, symétrique du point $F$ par rapport à la droite $(AB)$.

**2)** On appelle $P$ l'intersection des droites $(AB)$ et $(EG)$.

Montrer que pour tout point $M$ de $[AB]$, on a : $EM + MG \geqslant EP + PG$.

En déduire que la valeur $EM + MF$ est minimale lorsque $M$ est placé en $P$.

**3)** Montrer que $\dfrac{AP}{14 - AP} = \dfrac{3}{9}$ puis calculer $AP$.

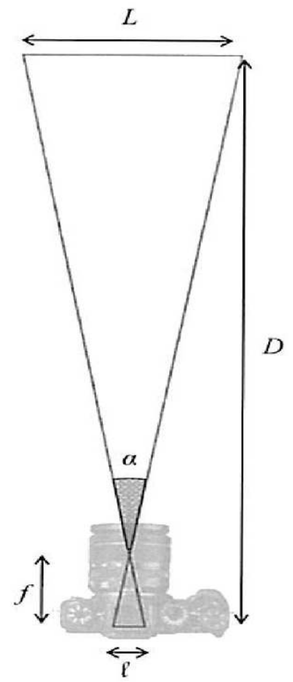
**4)** Calculer la valeur minimale de $EM + MF$. En donner la valeur exacte en cm, et arrondie au dixième.

**10** **CRPE 2016 G2**

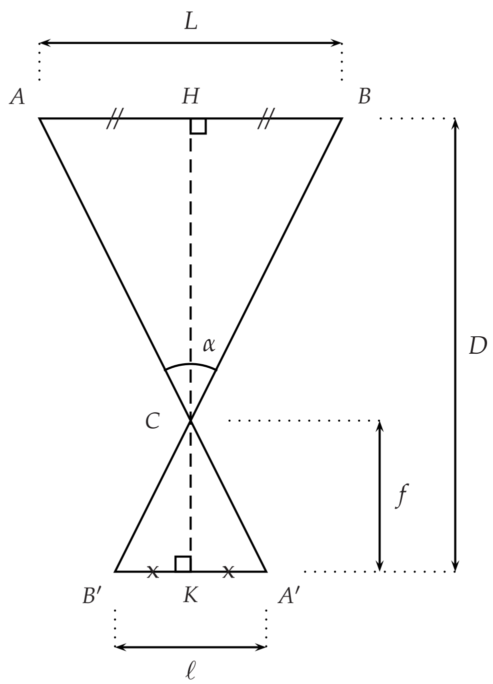
Cet exercice porte sur l' utilisation d'un appareil photo numérique et étudie son fonctionnement.

**L'appareil photo : notations et vocabulaire.**

- $L$ est la largeur de la scène photographiée ;
- $\alpha$ est l'angle de champ (angle sous lequel la scène est vue) ;
- $\ell$ est la largeur du capteur numérique situé à l'arrière de l'appareil photo ;
- $D$ est la distance entre la scène photographiée et le capteur numérique ;
- $f$, qui sera appelée focale de l'objectif, est la distance entre le capteur et le centre optique de l'objectif. C'est une caractéristique essentielle d'un objectif. Elle s'exprime généralement en millimètre (mm).




On schématise la situation par la figure ci-dessous dans laquelle les droites $(AA')$, $(BB')$ et $(HK)$ sont concourantes en $C$.




**1)** À l'aide des informations portées sur la figure :

**a)** Justifier que les droites $(AH)$ et $(A'K)$ sont parallèles.

**b)** Démontrer que la droite $(HK)$ est un axe de symétrie de la figure.

**2)** Justifier l'égalité : $\dfrac{CH}{CK} = \dfrac{AH}{A'K}$.

**3)** En déduire la relation : $\dfrac{D}{f} = \dfrac{L}{\ell} + 1$.

**4)** On considère que le capteur de l'appareil a pour largeur $\ell = 36$ mm et que le photographe est placé à $D = 12$ m de la scène du théâtre au centre de la salle.

**a)** Déterminer la largeur de la scène photographiée $L$ qui correspond à une focale de 35 mm.

**b)** La scène du théâtre mesure 15 m de large. Quelles focales, en millimètre, le photographe peut-il utiliser pour que la largeur de la scène photographiée soit au moins aussi grande que la largeur de la scène du théâtre ?